

מבחן מועד ב' – 88-133 אינפי 2 תש"ף

חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד. משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.
משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: ד"ר ארז שיינר.

1. חשבו את האינטגרלים הבאים:

א. $\int \frac{4x^4+12x^3+13x^2+8x+6}{x^3+3x^2+3x+1} dx$ ב. $\int (\ln(x))^2 dx$

2. קבעו האם האינטגרלים הבאים מתכנסים:

א. $\int_0^{\infty} \frac{\sin(x)+x^2}{x^3} dx$

ב. $\int_0^{\infty} \frac{\ln(x)}{x} dx$

3. קרבו את הביטויים הבאים באמצעות סכום סופי של מספרים רציונאליים עד כדי שגיאה של $h = \frac{1}{100}$.

א. $\ln(2) - \ln(3)$

ב. $\sin^2\left(\frac{1}{2}\right)$

4. תהי סדרת הפונקציות

$$f_n(x) = nx^n$$

א. הוכיחו כי פונקצית הגבול שווה לאפס בקטע $(0,1)$.

ב. קבעו והוכיחו אם הסדרה מתכנסת במ"ש בקטע $\left(0, \frac{1}{2}\right)$.

ג. קבעו והוכיחו אם הסדרה מתכנסת במ"ש בקטע $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$.

5. תהי f פונקציה אינטגרבילית בקטע $[a, b]$, ותהי P חלוקה של הקטע.

א. הוכיחו/הפריכו: קיימת בחירת נקודות C עבורה $S_R(f, P, C) = \bar{S}(f, P)$.

(כלומר יש בהכרח סכום רימן ששווה לסכום הדרבו העליון עבור החלוקה הנתונה).

ב. הוכיחו/הפריכו: לכל $\varepsilon > 0$ קיימת בחירת נקודות C כך ש $\left| S_R(f, P, C) - \int_a^b f(x) dx \right| < \varepsilon$.