<u>שיעור 1</u>

<u>הגדרה – פונקציה</u>

יהיו D,B שתי קבוצות של מספרים ממשיים. פונקציה f מן הקבוצה D לקבוצה B הנה התאמה לכל מספר x ב D, מספר יחיד y ב B.

הקבוצה D נקראת תחום של הפונקציה f, והקבוצה B נקראת הטווח של הפונקציה f.

<u>דוגמא</u>

$f(x)=\sqrt{1-x}$ במקרה זה התחום של הפונקציה $D=\{x\le 1\}$.

<u>סימון</u>

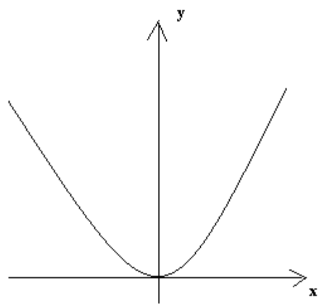
פונקציה f שהתחום שלה הוא D והטווח שלה הוא B נסמן ע"י $f:D\to B$, בד"כ $B=\mathbb{R}$.
($\mathbb{R}$ - קבוצת כל המספרים הממשיים).

<u>הזזת פונקציה</u>

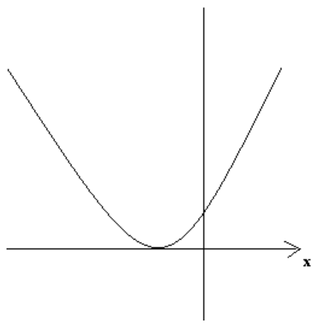
לכל פונקציה ניתן תיאור גרפי
גרף הפונקציה $g(x)=f(x+a)+c$ הוא גרף הפונקציה $f(x)$ לאחר הזזה של $|a|$ "צעדים" ימינה אם $a<0$ או $|a|$ "צעדים" שמאלה אם $a>0$ ו $|c|$ "צעדים" למטה אם $c<0$ או $|c|$ "צעדים" למעלה אם $c>0$.

<u>דוגמא</u>

$f(x)=x^2$



נשים לב שאם נזיז את הגרף של הפונקציה $f(x)=x^2$ "צעד" אחד שמאלה נקבל את הגרף של הפונקציה
$g(x)=f(x+1)=(x+1)^2$



ואם נזיז את הגרף של הפונקציה $f(x)=x^2$ "צעד" אחד למעלה נקבל את הגרף של הפונקציה
$g(x)=f(x)+1=x^2+1$.

<u>פונקציה זוגית\אי זוגית</u>

נאמר ש $f(x)$ היא פונקציה זוגית אם לכל $x\in\mathbb{R}$ ($\in$ - שייך) $f(x)=f(-x)$.

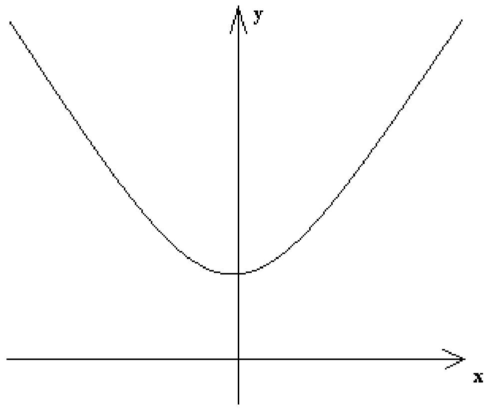
נאמר ש $f(x)$ היא פונקציה אי זוגית אם לכל $x\in\mathbb{R}$ $-f(x)=f(-x)$.

משמעות גיאומטרית

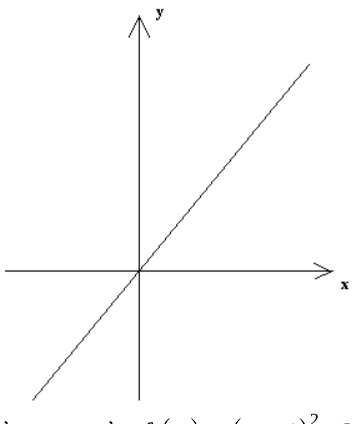
פונקציה זוגית סימטרית ביחס לציר y ופונקציה אי זוגית סימטרית ביחס לראשית הצירים.

<u>דוגמאות</u>

1. $f(x)=2x^2+3$ היא פונקציה זוגית.



2. $f(x)=x$ היא פונקציה אי זוגית.



3. $f(x)=(x+1)^2$ לא זוגית ולא אי זוגית.
4. $f(x)=0$ זוגית ואי זוגית.

<u>הערה</u>

כל פונקציה ניתן לרשום כסכום של פונקציה זוגית ואי זוגית באופן הבא:

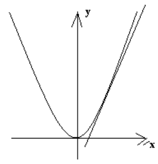
$$f(x)=\frac{f(x)+f(-x)}{2}+\frac{f(x)-f(-x)}{2}$$

גבולות חשובים - $\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e$, $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$.

הגדרת הנגזרת

מטרה – חישוב שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה x_0.

נרצה לחשב את שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)=x^2$ בנקודה $x=2$.



המשיק עובר בנקודה $(2,4)$. לא ניתן לחשב את שיפוע הישר בעזרת נקודה אחת בלבד.

ניקח נקודה שנמצאת על הפונקציה נניח $(3,9)$ נחשב את השיפוע ונקבל $m=5$.

ככל שניקח נקודה קרובה יותר לנקודה $(2,4)$ נקבל שיפוע יותר קרוב לשיפוע המשיק.

נרשום את התוצאות בטבלה.

$2.01=2+0.01$	$2.1=2+0.1$	$2.5=2+0.5$	$3=2+1$	x
$(2+0.01)^2$	$(2+0.1)^2$	$(2+0.5)^2$	9	y
4.01	4.1	4.5	5	m

נשים לב שכאשר אנחנו לוקחים נקודה "קרובה" יותר לנקודה $(2,4)$ השיפוע מתקרב ל 4.

באופן כללי אם ניקח את הנקודה $\left(2+h,(2+h)^2\right)$ נקבל שהשיפוע הוא

$$m=\frac{(2+h)^2-2^2}{2+h-2}=\frac{(2+h)^2-2^2}{h}=\frac{4+4h+h^2-2^2}{2+h-2}=\frac{4h+h^2}{h}=4+h.$$

נשים לב שככל המרחק בין הנקודה שעל הפונקציה לנקודה הנתונה $(2,4)$ קרוב יותר לאפס (ז"א h קרוב לאפס) השיפוע קרוב יותר ל 4.

הגדרת הנגזרת

העיקרון של הגדרת הנגזרת מתבסס על הרעיון בחישוב שיפוע המשיק בדוגמא הקודמת.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}.$$

תרגיל

חשב בעזרת הגדרת הנגזרת את הנגזרת של $f(x)=\sin x$.

פתרון

על פי הגדרת הנגזרת, שימוש בזהות $\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$ והגבול $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$.

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sin(x+h)-\sin(x)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{2\sin\frac{x+h-x}{2}\cos\frac{x+h+x}{2}}{h}=$$

$$\lim_{h\to 0}\frac{2\sin\frac{h}{2}\cos\frac{2x+h}{2}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{\sin\frac{h}{2}\cos\frac{2x+h}{2}}{h/2}=\cos x$$