

תרגיל 4 בפונקציות מרוכבות

1. עבור הפונקציה הבאה

$$u(x, y) = ax^2 + bxy + cy^2$$

מצאו תנאים על a, b, c וכן פונקציה $v(x, y)$ כך שהפונקציה

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$$

תהיה גזירה ב \mathbb{C} . בטאו את f לפי z (יוצא משהו פשוט).

2. הביאו את המספרים הבאים לצורה קרטזית

(א) $\sin(i)$.

(ב) $\cos(-i)$

(ג) $\tan(1+i)$

3. מצאו את כל הנקודות בהן $\cos \bar{z}$ גזירה.

4. פתרו את המשוואה $e^{e^z} = 1$.

5. מצאו את כל הערכים האפשריים של הביטויים הבאים:

(א) $(1+i)^{2i}$

(ב) $(-i)^{-i}$

(ג) $\operatorname{Im}((1-i)^{1+i})$

6. הראו שחוק החזקות $e^{zw} = (e^z)^w$ נכשל (כאשר החזקה מוגדרת עם הענף העיקרי של הלוגריתם) ע"י בחירה של z, w מתאימים.

7. מצאו נוסחא רב ערכית עבור $\arctan z$.