

# אינפי 1 – תרגיל 9

## שאלה 1

הוכיחו על פי הגדרת הגבול לפי קושי שמתקיים:  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{x} = \frac{1}{a}$  עבור  $a > 0$ .

## שאלה 2

הוכיחו על פי הגדרת הגבול לפי קושי ש- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{1}{2}$ .

## שאלה 3

תהי  $f$  המוגדרת על ידי  $f = \begin{cases} 1-x & x \in \mathbb{Q} \\ x^2 & x \notin \mathbb{Q} \end{cases}$ . האם קיימת נקודה  $a$  כך שקיים הגבול  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ? הוכיחו את קביעתכם.

## שאלה 4

נסחו הגדרות לפי קושי ולפי היינה (שתי הגדרות לכל סעיף!) לכל אחד מן הביטויים הבאים:

א.  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$

ב.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L, L \in \mathbb{R}$

ג.  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty, a \in \mathbb{R}$

## שאלה 5

א. הוכיחו את הטענה הבאה: יהיו  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציות, ותהי  $p \in \bar{\mathbb{R}}$ . נניח שקיימת סביבה מנוקבת של  $p$  כך שלכל  $x$  בסביבה הזאת מתקיים

$$g(x) \leq f(x). \text{ אם } \lim_{x \rightarrow p} g(x) = \infty, \text{ גם } \lim_{x \rightarrow p} f(x) = \infty.$$

ב. מצאו את הגבול  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + \sin x)$ .

## שאלה 6

מצאו את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) \quad \text{ב.}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x\left(x - \sqrt{x^2 - \pi^3}\right) \quad \text{ג.}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{\sin x} \quad \text{ד.}$$

ה.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right)}{\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos x}$  (רמז: השתמשו בזהות לזווית כפולה ובהות

להפרש קוסינוסים.)

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sqrt{1 - \cos x}}{\cos x} \quad \text{ו.}$$

**בהצלחה!**