

קורס: 88-132-01, 05, 07
מרצים: ד"ר מ. שיין, ד"ר ש. הורוביץ
כ"ז סיון, תשע"ב

מבחן בחשבון אינפיניטסמלי 1 מועד מיוחד

ענו על כל השאלות הבאות. כל שאלה שווה 18 נקודות. חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט. אתם חייבים לנמק כל תשובה. משך הבחינה שלוש שעות. בהצלחה!

1. צטטו והוכיחו את למת קנטור.

2. א. חשבו $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ כאשר $a_1 = 4$ ולכל $n \in \mathbb{N}$ $a_{n+1} = \sqrt{2 + a_n}$

ב. חשבו $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^5 \ln x}{[1 - \cos(x-1)]^2 \sin^2(\pi x)}$

3. קבעו אם כל טור מתכנס בהחלט, מתכנס בתנאי, או מתבדר:

א. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} \sin n + n}{n^2}$ ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + n4^n}{2^n + 5^n}$ ג. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{2\sqrt{n^4 - n^2}}$

4. נגדיר $f(x) = \arcsin x$. מצאו את פולינום טיילור השלישי של f סביב $x_0 = 0$, ובעזרתו חשבו בקירוב את $\arcsin(-\frac{1}{4})$. אין צורך להעריך את השגיאה.

5. א. הגדירו רציפות במידה שווה.
ב. להוכיח או להפריך: אם $f(x)$ מוגדרת ובעלת נגזרת שנייה חסומה בקטע I אז f רציפה במידה שווה ב- I .

6. תהי $f(x)$ מוגדרת ובעלת נגזרת רציפה בקטע I . עוד נניח שלכל $x \in I$

$$[f'(x)]^3 - 3[f'(x)]^2 + 2[f'(x)] \neq 0$$

הוכיחו ש- $f(x)$ מונוטונית ב- I .

