

אינפי' 1 תשע"ט – תרגיל 2

- יש להגיש את התרגיל בקבוצת התרגול שלכם בלבד, בשבוע שלאחר פרסום התרגיל.
- תרגילים שיוגשו בתא לא ייבדקו (יילכו לאיבוד).

1. בשאלה זו, יהי H מספר אינסופי חיובי, ϵ מספר אינפיניטסימלי חיובי. עבור כל אחד מהמספרים הבאים יש לקבוע ולהוכיח מה סדר הגודל שלו (אינפיניטסימל, סופי אך לא אינפיניטסימל, אינסופי).

$$i. \frac{H+2H^4+3}{4H^4-5}$$

$$ii. \frac{H-H^2+H^3}{H^2-H^3+H^4}$$

$$iii. \frac{1+2H-900H^2}{64-3000H}$$

$$iv. \frac{18H+128+2\epsilon}{-2H-256-512\epsilon}$$

$$v. H^2 - 7H + 50$$

$$vi. \sqrt{H+2018} - \sqrt{H+1}$$

$$vii. \frac{\sqrt{4+\epsilon}-2}{\epsilon}$$

$$viii. H\left(\sqrt{4+\frac{1}{H}} - \sqrt{2}\right)$$

$$ix. H\left(\sqrt{4+\frac{1}{H}} - 2\right)$$

בשאלות הבאות, ב-"הוכיחו או הפריכו" הכוונה היא: או שתראו שהטענה תמיד מתקיימת לכל בחירת מספרים, או שתראו שקיימת בחירת מספרים שבה הטענה לא מתקיימת. במילים אחרות, ב"הוכחת טענה" הכוונה נימוק מתמטי שמראה שהטענה תמיד מתקיימת, בעוד ב"הפרכת טענה" הכוונה מתן דוגמא נגדית אחת.

2. יהי H מספר אינסופי חיובי, K מספר אינסופי חיובי הגדול ממנו. הוכיחו או הפריכו: $K - H$ מספר אינסופי.

3. יהי H מספר אינסופי חיובי, K מספר אינסופי שלילי. הוכיחו או הפריכו: $H - K$ מספר אינסופי.

4. יהי H מספר אינסופי חיובי, b ממשי חיובי. הוכיחו או הפריכו: bH אינסופי חיובי.

5. יהי ϵ אינפיניטסימל. הוכיחו או הפריכו: ϵ^2 אינפיניטסימל חיובי.

6. יהי ϵ אינפיניטסימל שלילי. הוכיחו או הפריכו: ϵ^2 אינפיניטסימל חיובי.

7. יהי H אינסופי חיובי, a סופי חיובי. הוכיחו או הפריכו: $H - a$ מספר חיובי.

8. יהי ϵ אינפיניטסימל. הוכיחו או הפריכו: $1 > 2^{30}\epsilon$

9. הוכיחו או הפריכו:

- א. לכל מספר היפר-ממשי קיים מספר היפר-ממשי הגדול ממנו
- ב. לכל מספר היפר-ממשי קיים מספר ממשי הגדול ממנו
- ג. לכל מספר ממשי קיים מספר היפר-ממשי הגדול ממנו
- ד. לכל מספר ממשי קיים מספר אינפיניטסימלי הגדול ממנו
- ה. לכל מספר ממשי קיים מספר אינפיניטסימלי הקטן ממנו
- ו. לכל מספר אינפיניטסימלי קיים מספר ממשי הגדול ממנו
- ז. לכל מספר אינפיניטסימלי קיים מספר ממשי הקטן ממנו