

## מועד א' – אינפי 1 למדעי המחשב – 89-132

מרצה: דר' ארז שיינר      הוראות: משקל כל שאלה 22 נק'      משך המבחן: שלוש שעות      חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(2 \sin(x)) \ln(1+5x)}{(e^{3x}-1)^2} \quad \text{א.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^e + x^x}{e^x + e^e} \quad \text{ב.} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{\sqrt{(2n)!}} \quad \text{ג.}$$

2. קבעו לכל אחד מן הטורים הבאים אם הוא מתכנס בהחלט, בתנאי או מתבדר:

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \quad \text{א.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left[ \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right] \quad \text{ב.} \quad \sum_{n=1}^{\infty} n \sin\left(\frac{1}{n}\right) \quad \text{ג.}$$

3. תהי סדרה  $a_n$  כך ש  $a_1 = 1$  ולכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים כי  $a_{n+1} = \sqrt{a_n + 30}$ .

א. הוכיחו כי הסדרה  $a_n$  חסומה.

ב. חשבו את גבול הסדרה  $a_n$ .

4. תהי  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  הגזירה בכל הממשיים, כך שנגזרתה רציפה בכל הממשיים.

עוד נניח כי  $f'(0) = 0$  ולכל  $x \neq 0$  מתקיים כי  $f'(x) \neq 0$ .

לבסוף, נניח כי  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$  וכן  $f(-1) > f(0)$ .

א. הוכיחו: לכל  $x \in \mathbb{R}$  מתקיים כי  $f(x) \geq f(0)$ .

ב. הוכיחו או הפריכו:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ .

5. תהי  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  הגזירה בכל הממשיים כך שלכל  $x \in \mathbb{R}$  מתקיים  $f'(x) < 0$ . עוד נניח כי הטור הבא מתכנס:

$$\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$$

א. הוכיחו: הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$  מתכנס בהחלט.

ב. הוכיחו או הפריכו: גם הטור  $\sum_{n=1}^{\infty} f\left(n + \frac{1}{2}\right)$  מתכנס.