

בוחרן בדידה חורף תשעז

20/12/2016 כ' טבת

מתרגל: אחיה בר-און.

- ענו על כל השאלות.
- על כל דף תשובה רשמו ת.ז. ואת שמכם המלא. במידה והתשובות נכתבות במחברת בחינה, מספיק לכתוב ת.ז. ושם פעם אחת בעמוד הפותח.
- הקפידו על סדר ניקיון. ללא חומר עזר. גם לא מחשבון.
- משך הבוחן: שעה וחצי.
- השאלות לא מסודרות בהכרח לפי רמת קושי- מומלץ להתחיל עם שאלות שאתם יודעים לפתור.
- מבנה הבחינה:
 - שאלת לוגיקה
 - שאלת קבוצות
 - שאלת יחסים
- הערה נא לקחת את מבנה הבחינה בעירבון מוגבל כיוון שקשה לסווג שאלה לנושא מסוים (שאלות יכולות לגעת בכמה נושאים).

המלצה: הסתכלו על כל השאלות והתחילו עם השאלות שאתם יודעים לענות.

חלקו את זמנכם בתבונה!

1	
2	
3	
total	

בהצלחה!

1. [10 נק' לסעיף] הוכיחו או הפריכו:

(א) יהא p פסוק לוגי. נסמן ב D את צורת DNF שלו וב C את צורת CNF שלו. טענה: D שקול לוגית ל C .

(ב) נגדיר קשר בינארי $*$ בעזרת הטבלא הבאה:

	A	B	$A * B$
1	FALSE	FALSE	TRUE
2	FALSE	TRUE	FALSE
3	TRUE	FALSE	TRUE
4	TRUE	TRUE	FALSE

אזי $\neg(A * B) \equiv B * A$.

(ג) כל קבוצת קשרים שלמה מכילה את \neg .

(ד) הפסוק הלוגי

$$\forall x \exists y P(x, y) \rightarrow \exists y \forall x P(x, y)$$

הוא טאוטולוגיה לכל פרדיקט $P(x, y)$ כאשר $x, y \in \mathbb{Z}$.

(ה) הפסוק הלוגי

$$\forall x P(x, x) \rightarrow \forall x \exists y P(x, y)$$

הוא טאוטולוגיה לכל פרדיקט $P(x, y)$ כאשר $x, y \in \mathbb{Z}$.

2. [15 נק' לסעיף]

(א) לכל $n \in \mathbb{N}$ נגדיר קבוצה $A_n = \{2n, 3n, (-1)^n\}$. נגדיר

$$B = \bigcup_{k \in \mathbb{N}} A_{2k}, \quad C = \bigcup_{t \in \mathbb{N}} A_{3t}$$

מצאו את $B \cap C$.

(ב) הוכיחו כי לכל 2 קבוצות A, B מתקיים כי

$$A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$$

3. בשאלה זאת נסמן עבור קבוצה A את הגודל שלה ב $|A|$, למשל $|\{1, 5, -1\}| = 3$. תהא X קבוצה. נגדיר יחס \sim על $P(X)$ כך: לכל $A, B \in P(X)$

$$[A \sim B] \iff [\exists k \in \mathbb{Z} : |A \Delta B| = 2k]$$

במילים אחרות: $A \sim B$ אם"מ בהפרש הסימטרי ביניהן יש מספר זוגי של איברים.

(א) [15 נק'] הוכיחו כי \sim יחס שקילות על $P(X)$.

(ב) [5 נק'] עבור $X = \{1, 2, 3, 4\}$ והיחס \sim הנ"ל מצאו את מחלקת השקילות של $A = \{2\}$ כלומר מצאו את הקבוצה $[A]_{\sim}$.

(ג) [10 נק'] עבור $X = \{1, 2, \dots, n\}$ (עבור n טבעי כלשהוא גדול מ-2) והיחס \sim הנ"ל מצאו את גודל קבוצת המנה. כלומר מצאו את $|P(X)/\sim|$.