

פתרון למשוואת התנועה של אוסילטור הרמוני מרוסן

הביטוי הכללי לתנועה מרוסנת הינו מהתצורה:

$$\ddot{x} + \frac{1}{\tau} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad (i)$$

פתרון אפשרי הנו מהסוג של $x = De^{\alpha t}$, ואז משווה (i) תראה כך

$$De^{\alpha t} (\alpha^2 + \frac{1}{\tau} \alpha + \omega_0^2) = 0$$

והפתרון הריבועי הכללי עבור α הינו:

$$\alpha_{1,2} = -\frac{1}{2\tau} \pm \sqrt{\frac{1}{4\tau^2} - \omega_0^2}$$

עתה קיימים שלושה מצבים אפשריים:

אם $\sqrt{\quad} > 0$ - אנו במצב של ריסון יתר והפתרון שלנו יראה

$$x(t) = e^{-\frac{t}{2\tau}} (D_1 e^{\omega t} + D_2 e^{-\omega t})$$

אם $\sqrt{\quad} = 0$ - אנו במצב של ריסון קריטי והפתרון יראה

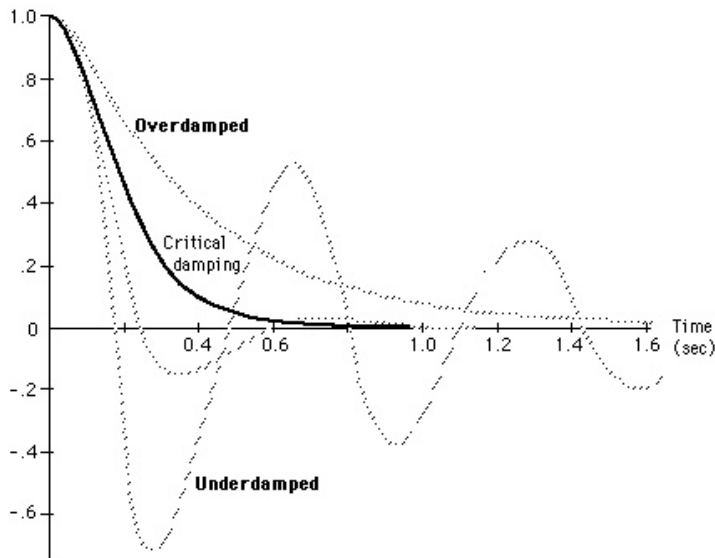
$$x(t) = (D_1 + D_2) e^{-\frac{t}{2\tau}}$$

אם $\sqrt{\quad} < 0$ - אנו במצב של ריסון חלש והפתרון יראה

$$x(t) = e^{-\frac{t}{2\tau}} (D_1 e^{i\omega t} + D_2 e^{-i\omega t}) = e^{-\frac{t}{2\tau}} (D_3 \cos(\omega t) + D_4 \sin(\omega t)) = Ae^{-\frac{t}{2\tau}} \cos(\omega t + \phi)$$

כאשר

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{1}{4\tau^2}}$$



נסתכל על המקרים השונים בעזרת הגרף הבא שנגנב מאיפה שהוא ברשת שימו לב (למרות שהגרף מטעה בגלל מקדמי ריסון שונים לכל עקומה)) שדוקא במקרה של ריסון קריטי המיקום מגיע לאפס בזמן הקצר ביותר. (ולא כפי שנטען בטעות בהרצאה)