

**89113 אלגברה לינארית 2 למדעי המחשב****מבחן לדוגמה****שאלה פתוחה (30 נקודות)**

תהינה  $A \in \mathbb{R}^{2 \times 3}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{3 \times 2}$  מטריצות המקיימות  $AB = I_2 \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ . שימו לב:  $BA \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ .

- מהו  $\det(BA)$ ? נמקו.
- (6 נק') יהי  $u \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$  וקטור עמודה. הוכיחו: הווקטור  $u - BAu$  ניצב למרחב השורות של  $A$  (ביחס למכפלה הפנימית הרגילה ב- $\mathbb{R}^3$ ).
- (6 נק') מצאו את הפולינום המינימלי של  $BA$ . נמקו היטב.
- (6 נק') האם המטריצה  $BA$  לכסינה? נמקו.
- (6 נק') נתון, בנוסף:  $A = B^t$ . האם עמודות  $B$  מהוות קבוצה אורתונורמלית ב- $\mathbb{R}^{3 \times 1}$ ? נמקו.

**שאלות רב-ברירתיות (70 נקודות)**

10 שאלות רב-ברירה, כל שאלה 7 נק'.

1. תהי  $M = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ . הערכים העצמיים של  $M$  הם

- 1,4
- 1,3
- 2,4
- 2,3

2. תהי  $M$  המטריצה הנ"ל. ידוע שקיימת מטריצה יחידה  $N$  עם ערכים עצמיים חיוביים כך ש- $M = N^2$ . האיבר במקום (1,2) של  $N$  הוא

- 1/4
- 1/3
- 1/2
- 1

3. המטריצה  $M$  הנ"ל:

- ניתנת לליכסון אורתוגוני מעל  $\mathbb{R}$ .
- ניתנת לליכסון אוניטרי מעל  $\mathbb{C}$ , אך לא ניתנת לליכסון אורתוגוני מעל  $\mathbb{R}$ .
- ניתנת לליכסון מעל  $\mathbb{R}$ , אך לא ניתנת לליכסון אוניטרי מעל  $\mathbb{C}$ .
- לא ניתנת לליכסון מעל  $\mathbb{R}$ .

4. יהי  $W = \text{span} \{v_1 = (1,1,1,1), v_2 = (1,1,2,4)\}$  תת-מרחב של  $\mathbb{R}^4$ . בתהליך גרם-שמידט על  $\{v_1, v_2\}$  המתחיל עם  $v_1$ , הווקטור השני שיתקבל יהיה כפולה של

- (1,1,1,-3)
- (1,-1,1,-1)
- (1,1,0,-2)
- (0,0,1,3)

5. אם  $V$  מרחב מכפלה פנימית,  $U, W$  תתי-מרחבים של  $V$  המקיימים  $U \oplus W = V$ , אז  $U = W^\perp$ .  
 א. נכון.  
 ב. לא נכון.
6. אם  $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$  מטריצה אוניטרית אז גם  $adj(A)$  מטריצה אוניטרית.  
 א. נכון.  
 ב. לא נכון.
7. תהי  $A \in \mathbb{F}^{n \times n}$  מטריצה עם וקטור עצמי  $v$  המתאים לערך העצמי  $\lambda$ . אזי, לכל פולינום  $p(x) \in \mathbb{F}[x]$ , מתקיים:  $p(A)v = p(\lambda)v$ .  
 א. נכון.  
 ב. לא נכון.
8. אם  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{2 \times 2}$ , אז, לכל ערך של הפרמטר  $a$ ,  $A$  ניתנת לליכסון.  
 א. נכון.  
 ב. לא נכון.
9. אם הפולינום המינימלי של מטריצה  $A$  הוא  $x^3 - x$  אז הפולינום המינימלי של  $A^2$  הוא  $x^2 - x$ .  
 א. נכון.  
 ב. לא נכון.
10. אם  $C$  בסיס כלשהו של מרחב מכפלה פנימית  $V$ ,  $T: V \rightarrow V$  העתקה לינארית,  $A = [T]_C^C$  אז  
 $A^* = [T^*]_C^C$ .  
 א. נכון.  
 ב. לא נכון.