

מבחן מועד א' – 89-133-01/02 אינפי 2 – 29/06/18

מרצים: דר' שמעון ברוקס ודר' ארז שיינר. חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד.

משקל כל שאלה 22 נק', ענו על כל השאלות. משך המבחן: שלוש שעות.

1. חשבו את האינטגרלים הלא מסויימים הבאים:

א. $\int \frac{1}{x^4 - 1} dx$ ב. $\int x^3 \sin(x^2) dx$

2. קבעו לכל אינטגרל האם הוא מתכנס:

א. $\int_0^{\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$ ב. $\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x^2} dx$ ג. $\int_0^{\infty} \frac{e^x + x}{e^{2x} + x} dx$

3. תהי סדרת הפונקציות $f_n(x) = x^{\frac{1}{n}}$

א. מצאו את פונקציית הגבול של הסדרה בקטע $[0, 1]$.

ב. האם הסדרה מתכנסת במ"ש בקטע $[0, 1]$?

ג. האם הסדרה מתכנסת במ"ש בקטע $(0, 1)$?

4. תהי f פונקציה רציפה בקטע $[0, \infty)$ כך שהאינטגרל $\int_0^{\infty} f(t) dt$ מתכנס למספר סופי.

(אין קשר בין הסעיפים)

א. נגדיר את הפונקציה $g(x) = \int_x^{\infty} f(t) dt$, הוכיחו כי $g'(x) = -f(x)$.

ב. תהי בנוסף $h(x)$ מונוטונית יורדת, בעלת נגזרת רציפה בקטע $[0, \infty)$, המקיימת $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = 1$.

הוכיחו כי האינטגרל $\int_0^{\infty} h(t) f(t) dt$ מתכנס.

5. תהי הפונקציה $f(x, y) = xe^y - ye^x$

א. לכל אחת מהנקודות הבאות מצאו כיוון אחד בו הנגזרת של f חיובית, כיוון אחד בו הנגזרת

שלילית, וכיוון אחד בו הנגזרת מתאפסת, או הוכיחו שלא קיים כיוון כזה: $(0, 0)$, $(1, 0)$, $(0, -1)$.

ב. קבעו האם $(1, 1)$ היא נקודת מקסימום, מינימום או אוקף.