מבוא לאלגברה לינארית
תרגיל 2 פתרון

1. יהיו: $A=\begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

חשב את : $3A+4B-2C$

פתרון:

$$3A+4B-2C=3\begin{pmatrix} 2 & -5 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}+4\begin{pmatrix} 1 & -2 & -3 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}-2\begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 10 & -25 & -5 \\ 7 & -2 & 34 \end{pmatrix}$$

2. פתרו את המשוואה: $5A-3X=B$, כאשר :

$B=\begin{pmatrix} 7 & -15 \\ 11 & -6 \\ 18 & -29 \end{pmatrix}$, $A=\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}$ ו- X מטריצה נעלמת.

פתרון:

$$X=-\frac{1}{3}(B-5A)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

3. חשבו: א. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ב. $\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \end{pmatrix}$ ג. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

ד. $\begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -28 & 93 \\ 38 & -126 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

פתרון:

א. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & -2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 15 \\ 13 \\ 25 \end{pmatrix}$

ב. $\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 24 & 30 & -12 \\ 0 & 0 & 0 \\ 16 & 20 & -8 \end{pmatrix}$

ג. $\begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 3 & -4 & 1 \\ 2 & -5 & 3 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 2 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 5 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 5 & -5 \\ 3 & 10 & 0 \\ 2 & 9 & -7 \end{pmatrix}$

ד. $\begin{pmatrix}4 & 3\\ 7 & 5\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}-28 & 93\\ 38 & -126\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}7 & 3\\ 2 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2 & 0\\ 0 & 3\end{pmatrix}$

4. האם קיים k כך ש $AB=BA$?

$A=\begin{pmatrix}3 & -4\\ -5 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}7 & 4\\ 5 & k\end{pmatrix}$

פתרון:

$$AB=\begin{pmatrix}3 & -4\\ -5 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}7 & 4\\ 5 & k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & 12-4k\\ -30 & -20+k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1 & -24\\ 15-5k & -20+k\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}7 & 4\\ 5 & k\end{pmatrix}\begin{pmatrix}3 & -4\\ -5 & 1\end{pmatrix}=BA$$

ולכן צריך להתקיים

$$12-4k=-24\Rightarrow k=9$$

$$-30=15-5k\Rightarrow k=9$$

כלומר k כנ"ל קיים ושווה ל- 9.

5. תהי : $A=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$ מצא: א. A^3 ב. $(I-A)(I+A+A^2)$

פתרון:

א. $$A^3=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$$

ב. $$(I-A)(I+A+A^2)=I+IA+IA^2-AI-A^2-A^3=I+A+A^2-A-A^2-A^3=I$$