<u>בוחן פרונטלי מועד מיוחד – 83112 חדו"א 1 להנדסה</u>

תאריך: 28.11.24

משך הבחינה: שעה וחצי

חומר עזר אסור לשימוש, מחשבון מותר לשימוש.

1. (50 נק') תהי f פונקציה רציפה המקיימת כי לכל $x \in [0,1]$, $0 \le f(x) \le \int_0^x f(t)dt$
   א. הוכיחו כי קיים $M \in \mathbb{R}$ כך שלכל $x \in [0,1]$ מתקיים כי $f(x) \le Mx$
   ב. הוכיחו כי קיים $M \in \mathbb{R}$ כך שלכל $n \in \mathbb{N}$ ולכל $x \in [0,1]$ מתקיים כי $f(x) \le \frac{Mx^n}{n!}$
   ג. הוכיחו כי לכל $x \in [0,1]$ מתקיים כי $f(x) = 0$
2. (50 נק')
   א. תהי f פונקציה הגזירה בקטע $[0,1]$ וחיובית בתחום, כך ש $f(0) = f(1)$.
   חשבו את גבול הסדרה הבאה:

$$a_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{f'\left(\frac{k}{n}\right)}{n}$$

   ב. יהי $x \ge 0$ חשבו את הגבול הסדרה הבאה:

$$b_n = \frac{x^n}{n!}$$