

תאריך הבחינה: 01/02/23

שם המרצה: ארז שיינר

שם הקורס: חדו"א 1

מס' הקורס: 130-1-0022

שנה: 2023, סמסטר: א', מועד: א'

משך הבחינה: 4 שעות \_\_\_\_\_

שעת הבחינה: 13:30 \_\_\_\_\_

כיתה: \_\_\_\_\_

חומר עזר: \_\_\_\_\_ מחשבון \_\_\_\_\_

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos(x)) \tan(x)}{x^3}$       ב.  $\lim_{x \rightarrow (-\infty)} \frac{2x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$       ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n}}{3^{2n}}$

2. נביט בפונקציה  $f(x) = \begin{cases} \frac{\cos(x) + ax - 1}{x} & x \neq 0 \\ 1 - a & x = 0 \end{cases}$

א. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  רציפה ב  $x = 0$ ?

ב. לאילו ערכי  $a$  הפונקציה  $f(x)$  גזירה ב  $x = 0$ ? מהי  $f'(0)$  במקרים אלה?

3. נביט בפונקציה  $f(x) = \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) - \arctan(x)$

א. מצאו את הערך המינימלי של  $f(x)$ .

ב. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה  $\frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) = \arctan(x)$ .

4. נתונה הסדרה הבאה ע"י כלל הנסיגה  $a_{n+1} = \frac{1}{2 - a_n}$  וכן  $0 < a_1 < 1$ .

א. הוכיחו כי לכל  $n$  מתקיים כי  $a_n \leq 1$ .

ב. הוכיחו כי הסדרה מונוטונית עולה.

ג. חשבו את גבול הסדרה.

5. תהי  $f$  הגזירה בכל הממשיים המקיימת כי  $f(0) < f(1)$  וכן  $f(2) < f(1)$ .

א. הוכיחו כי קיימת נקודה  $c$  עבורה  $f(c) = f(c + 1)$ .

ב. הוכיחו כי קיימת נקודה  $d$  עבורה  $f'(d) = 0$ .