

סדרה הנדסית

שאלה 1

נתונה סדרה הנדסית עולה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$
הפרש בין האיבר הרביעי בסדרה לאיבר השלישי גדול פי 4 מהפרש בין האיבר השני לאיבר הראשון.
האיבר השישי בסדרה גדול ב-31 מהאיבר הראשון.
א. מצא את מנת הסדרה, ואת האיבר הראשון בסדרה.
ב. מהסדרה הנתונה בנו שתי סדרות חדשות: I ו-II:

$$I. a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, \dots, a_n \cdot a_{n+1}, \dots, a_{n+1} \cdot a_{n+2}$$

$$II. \frac{a_2 + a_3}{a_1 + a_2}, \frac{a_3 + a_4}{a_2 + a_3}, \frac{a_4 + a_5}{a_3 + a_4}, \dots, \frac{a_{n+1} + a_{n+2}}{a_n + a_{n+1}}$$

(1) האם כל אחת מהסדרות החדשות היא סדרה הנדסית עולה? נמק.

הסכום של כל האיברים בסדרה I הוא 2730.

(2) מצא את מספר האיברים בסדרה I.

(3) מצא את הסכום של כל האיברים בסדרה II.

שאלה 2

נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת שכל איבריה חיוביים: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$
כל איבר בסדרה זו (חוץ מהראשון) הוא $\frac{2}{5}$ מסכום שני האיברים הסמוכים לו, אחד לפניו ואחד אחריו.

א. מצא את המנה של הסדרה a_n .

ב. נתונה הסדרה $b_n = \frac{a_{n+1}}{(a_n)^2}$.

(1) הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.

(2) סכום עשרת האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 20,460.

מצא את סכום כל האיברים בסדרה a_n .

שאלה 3

נתונה סדרה b_n המקיימת את הכלל $b_{n+1} = \frac{1}{2^n \cdot b_n}$

א. הוכח כי האיברים העומדים במקומות האיזוגיים בסדרה מהווים סדרה הנדסית,

וגם האיברים העומדים במקומות הזוגיים מהווים סדרה הנדסית.

ב. סכום 8 האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה ל- $3\frac{7}{16}$.

מצא את b_1 (מצא את שתי האפשרויות).

שאלה 4

נתונה סדרה הנדסית אינסופית יורדת: $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots$

סכום כל איברי הסדרה בלי האיבר הראשון הוא 6.

מחליפים את הסימנים של כל האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה,

ומתקבלת סדרה הנדסית חדשה: $a_1, -a_2, a_3, -a_4, \dots$

סכום כל איברי הסדרה החדשה בלי האיבר הראשון הוא 3-.

מהאיברים של הסדרה הנתונה בנו סדרה שלישית: $\frac{1}{a_2}, \frac{1}{a_3}, \frac{1}{a_4}, \dots$

א. הוכח כי הסדרה השלישית היא סדרה הנדסית.

ב. נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה השלישית הוא 273.25.

מצא את n .