

מרצה: דר' ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד
משקל כל שאלה: 20 נק' ענו על כל השאלות כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\ln(n)} \quad \text{ג.} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - x \cdot \arctan(x)) \quad \text{ב.} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos(x)) \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{\sin(7x)} \quad \text{א.}$$

2.

א. חשבו את $\int \frac{x^3 + 1}{x^2 + 5x + 4} dx$

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס $\int_1^{\infty} \frac{1 + e^{-x}}{x} dx$

3.

א. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה $e^x + \sin(x) = e^{-x}$.

ב. מצאו את הערך המינימלי של הפונקציה $f(x) = e^x + e^{-x} - \cos(x)$.

4. תהי פונקציה f עבודה $2f(x)f'(x) \geq 0$ לכל $x \in \mathbb{R}$.

א. הוכיחו/הפריכו: לכל $x \in \mathbb{R}$ מתקיים כי $f(x) \geq 0$.

ב. הוכיחו שאם $f(0) = 0$ אזי לכל $x < 0$ מתקיים כי $f(x) = 0$.

5. נביט בסדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה $a_{n+1} = 2a_n - 1$, ותנאי ההתחלה $1 < a_1$.

א. הוכיחו כי a_n מונוטונית עולה.

ב. חשבו את $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + kn + k^2}$.

ב. הוכיחו כי השגיאה h בקירוב של $\cos\left(\frac{1}{2}\right)$ על ידי פולינום מקלורן של הפונקציה $f(x) = \cos(x)$

מסדר 2 מקיימת כי $|h| \leq \frac{1}{96}$ (ללא שימוש במחשבון, כמובן).