

תרגיל 6 – אינפי 1

1. נתונות שתי סדרות $\{a_n\}$ ו $\{b_n\}$, נתון שהסדרה $\{a_n + b_n\}$ חסומה, ונתון

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty. \text{ מצאו את הגבול } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}.$$

2. תהי $\{a_n\}$ סדרה של מספרים ממשיים. נתון שתתי הסדרות

$\{a_{2n}\}$, $\{a_{2n+1}\}$, $\{a_{5n}\}$ מתכנסות במובן הצר. הוכיחו או הפריכו: $\{a_n\}$ מתכנסת במובן הצר.

3. הוכיחו שהסדרה $x_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ היא סדרה יורדת ומצאו את גבולה.

4. הוכיחו: $\overline{\lim} a_n = -\underline{\lim}(-a_n)$.

5. הוכיחו שאם $\{a_n\}$ מתכנסת ו $\{b_n\}$ חסומה אזי $\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} a_n + \overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} b_n$

6. בדקו האם הסדרה הבאה מתכנסת: $a_n = \frac{1}{3^1 + 1} + \frac{1}{3^2 + 2} + \dots + \frac{1}{3^n + n}$.

7. תהי $\{a_n\}$ סדרה המוגדרת על ידי כלל הנסיגה

$$a_{n+1} = a_n + (-1)^n \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{2^n n!} \right), \quad a_1 = 13.$$

בונס

תהי $\{a_n\}$ סדרה חסומה. נניח שמתקיים $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_{n+1} - a_n) = 0$. הוכיחו שקבוצת

הגבולות החלקיים של הסדרה הוא קטע.

בהצלחה!