מבחן מועד ג' – חדו"א 1 להנדסה – 83112 – 4.06.26

המרצה: ארז שיינר משך המבחן: שלוש שעות משקל כל שאלה: 22 נק'

1. חשבו את הגבולות הבאים:

   א. $\lim_{x\to 0}\frac{\sin^2(3x)\left(e^{3x}-1\right)^4}{(1-\cos(5x))^3}$

   ב. $\lim_{x\to\infty}\ln(x^2+1)-2\ln(x+1)$

   ג. $\lim_{n\to\infty}\frac{1+2+\cdots+n}{n!}$.

2. חשבו את הביטויים הבאים:

   א.

$$\int\frac{\sin\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}dx$$

   ב. קרבו את $\sqrt{3}$ עד כדי שגיאה של $\frac{1}{5}$.

3. נביט בפונקציה $f(x)=\frac{\ln(ax+1)}{a}$, כאשר $a>0$ פרמטר.

   א. הוכיחו כי לכל x בתחום ההגדרה מתקיים כי $f(x)\le x$.

   ב. הוכיחו כי אם $a\ge 1$ אזי לכל $x\ge 0$ מתקיים כי $f(x)\le\sqrt{x}$.

4. תהי סדרה a_n כך ש $a_1=1$ וכן לכל $n\in\mathbb{N}$ מתקיים

$$a_{n+1}=\frac{2a_n+3}{a_n+2}$$

   א. הוכיחו כי לכל n מתקיים כי $a_n<\sqrt{3}$.

   ב. חשבו את $\lim a_n$.

5. תהי f פונקציה רציפה בקטע $[-1,1]$ וגזירה בקטע $(-1,1)$.

   א. הוכיחו או הפריכו: אם לכל $x\in[-1,1]$ מתקיים כי $f(-x)=f(x)$ אזי $f'(0)=0$.

   ב. הוכיחו או הפריכו: אם לכל $x\in[-1,1]$ מתקיים כי $f(-x)=-f(x)$ אזי $f'(0)=0$.