

קורס: 88-132-01, 05, 07
מרצים: ד"ר מ. שיין, ד"ר ש. הורוביץ
כ"ט שבט, תשע"ב

מבחן בחשבון אינפיניטסמלי 1 מועד א'

ענו על כל השאלות הבאות. כל שאלה שווה 18 נקודות. חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט. אתם חייבים לנמק כל תשובה. משך הבחינה שלוש שעות.

1. צטטו והוכיחו את למת קנטור.

2. א. חשבו $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$.
ב. קבעו אם הגבול קיים: $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^{2n} \frac{1}{k}$

3. קבעו אם כל טור מתכנס בהחלט, מתכנס בתנאי, או מתבדר:

א. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + n^2 + \dots + n^n}{n^{n+2}}$
ב. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{2n + \sqrt{n}}$

4. נניח ש- $f(x)$ מוגדרת בכל \mathbb{R} , רציפה ב-0, ומקיימת $f(x+y) = f(x) + f(y)$, עבור כל $x, y \in \mathbb{R}$. הוכיחו ש- f רציפה בכל \mathbb{R} .

5. מצאו פולינום $p(x)$ כך שלכל $x \in [0,1]$ מתקיים $|\cos x - p(x)| < 10^{-4}$.

6. תהי $f(x)$ מוגדרת וגזירה בכל \mathbb{R} , ונניח ש- $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ קיים וגדול מאפס. הוכיחו ש- $f(x)$ אינה חסומה מלעיל.

בהצלחה