

## חקב"צ - תרגול 4

24 בנובמבר 2011

### תרגיל

1. כתוב כל שאלה בצורה של בנייה המוצגת כמערכת שוויונות, הוסף משתני סרק לפי הצורך.
2. פתור בעזרת טבלת סימפלקס, ופרט את כל הצעדים, המשתנה הנכנס, המשתנה היוצא והפיבוט.
3. זהה היכן קיימת בעייתיות בהפעלת צעדי האלגוריתם וציין מהי ומה הפתרון לה.

### שאלה 1

$$\begin{aligned} \max z &= 3x_1 + 9x_2 \\ \text{s.t.} & : x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

נכתוב כשווינונים:

$$\begin{aligned} z - 3x_1 - 9x_2 &= 0 \\ x_1 + 4x_2 + s_1 &= 8 \\ x_1 + 2x_2 + s_2 &= 4 \\ x_i, s_i &\geq 0 \end{aligned}$$

נפתור בעזרת סימפלקס:

איטרציה	משתנה בסיס	$z$	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	$RHS$	יחס	פעולות שורה
0	$z$	1	-3	-9	0	0	0		
	$s_1$	0	1	4	1	0	8	2	
	$s_2$	0	1	2	0	1	4	2	
1	$z$	1	$-\frac{3}{4}$	0	$\frac{9}{4}$	0	18		$\frac{1}{4}R_2 \rightarrow R_2$
	$x_2$	0	$\frac{1}{4}$	1	$\frac{1}{4}$	0	2	8	$R_1 + 9R_2 \rightarrow R_1$
	$s_2$	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	0	0	$R_3 - 2R_2 \rightarrow R_3$
2	$z$	1	0	0	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2}$	18		$2R_3 \rightarrow R_3$
	$x_2$	0	0	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	2		$R_1 + \frac{3}{4}R_3 \rightarrow R_1$
	$x_1$	0	1	0	-1	2	0		$R_2 - \frac{1}{4}R_3 \rightarrow R_2$

הפתרון הוא  $x_2 = 2$ ,  $x_1 = 0$  ואז  $z = 18$ .  
 הבעייתיות היא שבאיטרציה ה-2 לא השתנה שום דבר בפתרון, לא נשארו משאבים ל- $x_1$ . זה נקרא פתרון מנוון.

### שאלה 2

$$\begin{aligned} \max z &= 2x_1 + 4x_2 \\ \text{s.t.} & : x_1 + 2x_2 \leq 5 \end{aligned}$$

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

נסדר כשווינונים:

$$z - 2x_1 - 4x_2 = 0$$

$$x_1 + 2x_2 + s_1 = 5$$

$$x_1 + x_2 + s_2 = 4$$

$$x_i, s_i \geq 0$$

נפתור בסימפלקס:

איטרציה	משתנה בסיס	$z$	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	אגף ימין	יחס	פעולות שורה
0	$z$	1	-2	-4	0	0	0		$\frac{1}{2}R_2 \rightarrow R_2$
	$s_1$	0	1	2	1	0	5	$2\frac{1}{2}$	$R_1 + 4R_2 \rightarrow R_1$
	$s_2$	0	1	1	0	1	4	4	$R_3 - R_2 \rightarrow R_3$
1	$z$	1	0	0	2	0	10		$2R_3 \rightarrow R_3$
	$x_2$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0	2.5	5	$R_2 - \frac{1}{2}R_3 \rightarrow R_3$
	$s_1$	0	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	1	1.5	3	
2	$z$	1	0	0	2	0	10		
	$x_2$	0	0	1	1	-1	1		
	$x_1$	0	1	0	-1	2	3		

הבעייתיות במקרה זה היא שאחרי איטרציה אחת קיבלנו פתרון אופטימלי, אך כיוון שיש משתנה ( $x_1$ ) שאינו בבסיס אך יש לו מקדם 0 בפונק' המטרה (השורה הראשונה) לכן ניתן להגדילו כמה שרוצים בלי לשנות את הערך המקסימלי של  $z$  ולכן ניתן להכניסו לבסיס ולקבל פתרון אופטימלי נוסף (באיטרציה 2).

### שאלה 3

טבלת הסימפלקס שלנו היא:

איטרציה	משתנה בסיס	$z$	$x_1$	$x_2$	$s_1$	$s_2$	אגף ימין	יחס	פעולות שורה
0	$z$	1	-1	-1	0	0	0		
	$s_1$	0	-1	1	1	0	30	-30	
	$s_2$	0	-3	1	0	1	30	-10	

הבעייתיות פה היא שאם נבחר בעמודה של  $x_1$  יש בעיה כי שני היחסים שליליים ואנו לא מתייחסים ליחסים שליליים לכן אין לנו שורה להחליף.