

מבחן מועד ב' – בדידה למורים באר שבע

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 13/09/17 חומר עזר: מותר מחשבון

הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. תהיינה שתי פונקציות  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . נגדיר ש  $f$  מתאימה ל  $g$  אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R} : f(g(x_1)) = g(f(x_2))$$

א. האם  $f(x) = |x|$  מתאימה ל  $g(x) = \sin(x)$  ?

ב. האם  $f(x) = x^2$  מתאימה ל  $g(x) = -e^x$  ?

ג. תהיינה פונקציות כך ש  $f$  מתאימה ל  $g$ . האם  $g$  בהכרח מתאימה ל  $f$  ?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שתי קבוצות  $A, B$  אם  $A \setminus B = B \setminus A$  אזי  $A = B$ .

ב. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  מתקיים  $A \cup (B \setminus C) \subseteq (A \cup B) \setminus C$ .

ג. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$ , אם  $A \subseteq C$  אזי  $C \setminus B \subseteq A \setminus B$ .

3.

א. הוכיחו כי לכל  $n \geq 3$  מתקיים כי  $2n+1 \leq 2^n$ .

ב. הוכיחו כי לכל  $n \geq 4$  מתקיים כי  $n^2 \leq 2^n$ .

4. תהיינה שתי פונקציות  $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ . הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם  $f \circ g$  הפיכה ו  $f$  חח"ע אזי  $f$  הפיכה.

ב. אם  $f \circ g$  אינה חח"ע אזי  $g$  אינה חח"ע.

ג. אם  $f$  חח"ע ו  $f+g$  חח"ע אזי  $g$  חח"ע.

5. בכמה סדרות באורך 10 המורכבות מהאותיות א', ב' וג':

א. האות א' מופיעה בדיוק פעם אחת.

ב. האות א' מופיעה לפחות פעם אחת.

ג. האות ג' אינה מופיעה, והאות א' מופיעה 3 פעמים.

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	$k$ מתוך $n$
$\binom{n-1+k}{n-1}$	$n^k$	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה