

אלגברה מופשטת 3 - תרגיל 2

1. מצאו בסיס $B = \{v_0, \dots, v_n\}$ (מהו n ?) של $\mathbb{Q}[x]/\langle x^4 + 2x + 1 \rangle$ כמ"ו מעל \mathbb{Q} , והציגו את כל המכפלות $v_i v_j$ כצירופים לינאריים של אברי B .
2. א. מצאו את הפולינום המינימלי של $\alpha + 3$ בהינתן שהפולינום המינימלי של α הוא $x^4 + 9x^2 + 6$.
ב. מצאו את הפולינום המינימלי של $\sqrt{6} + \sqrt{7}$.
3. הראו ש $\text{cis}\left(\frac{\pi}{6}\right), \text{cis}\left(\frac{2\pi}{5}\right), \text{cis}\left(\frac{\pi}{12}\right)$ ניתנים לבניה.
4. הוכיחו את הטענות הבאות:
א. אפשר לבנות זווית $\theta \Leftrightarrow \text{cis}(\theta)$ ניתן לבניה $\Leftrightarrow \cos(\theta)$ ניתן לבניה
ב. אפשר לבנות מצולע משוכלל בן n צלעות $\Leftrightarrow \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)$ ניתן לבניה
ג. הראו שאם ניתן לבנות מצולע משוכלל בן n צלעות אזי ניתן לבנות מצולע משוכלל בן m צלעות כאשר $m|n$.
5. הראו שלא ניתן לחלק זווית ב 5.
6. עבור איזה n -ים טבעיים ניתן לבנות את $\sqrt[n]{2}$?