

89113 אלגברה לינארית 2 למדעי המחשב

מועד ב'

שאלה פתוחה

תהי $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ ($n \geq 3$) מטריצה ריבועית המקיימת $A^3 = 4A$.

- רשמו את כל האפשרויות עבור הפולינום המינימלי של A . נמקו.
- רשמו את כל האפשרויות עבור $\det A$. נמקו.
- הוכיחו או הפריכו: A ניתנת לליכסון.
- הוכיחו או הפריכו: A הפיכה.
- נתון, בנוסף: A נורמלית. הוכיחו או הפריכו: A בהכרח צמודה לעצמה (הרמיטית).

שאלות רב-ברירתיות

1. נתון: $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. במטריצה הנלווית $adj(C)$, האיבר במקום (2,1) הוא

- 0
- 1
- 2
- 3

2. הדטרמיננטה של המטריצה $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$ היא

- 1
- 2
- 2
- 1

3. יהי $V = \mathbb{R}^4$ עם המכפלה הפנימית הרגילה, ויהי $W = \text{span} \{(0,1,2,3), (2,1,0,3)\}$ תת-מרחב של V . ההטלה הניצבת של הווקטור $v = (1,1,1,1)$ על W היא כפולה של

- (1,1,1,3)
- (2,3,4,9)
- (2,0,-2,0)
- (2,3,1,0)

4. מכפלה של מטריצות אוניטריות היא מטריצה אוניטרית.

5. אם מטריצה $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ מקיימת $|\det A| = 1$, אז קיימת מטריצה אוניטרית $U \in \mathbb{C}^{n \times n}$ כך ש- U^*AU היא מטריצה אלכסונית.

6. אם A^2 מטריצה לכסינה מעל \mathbb{C} אז A מטריצה לכסינה מעל \mathbb{C} .

7. אם A מטריצה לכסינה וכל הערכים העצמיים שלה הם 1 או -1, אז מתקיים $A^2 = I$.

8. תהי A מטריצה ריבועית עם פולינום אופייני $p_A(\lambda) = \lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2)$. אם v וקטור שעבורו Av מוגדר, אז $w = A^2v - Av$ מקיים: $Aw = 2w$.

9. תהי $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 4 \\ 7 & -5 & 2 \end{pmatrix}$ השורות (אך לא העמודות) של B הן קבוצה אורתוגונלית ביחס למכפלה הפנימית הרגילה.

10. אם $A, B \in \mathbb{F}^{n \times n}$ מקיימות $AB = BA$, ו- V_λ הוא המרחב העצמי של A המתאים לערך העצמי λ , אז $B(V_\lambda) \subseteq V_\lambda$.