

תרגיל 10 בדידה להנדסה

1. יהיו A, B קבוצות לא ריקות.

(א) הוכיחו כי קיימת פונקציה חח"ע $g: A \rightarrow A \times B$.

(ב) הוכיחו כי אם קיימת פונקציה חח"ע $f: A \rightarrow B$ אז קיימת פונקציה חח"ע

$$h: A \times B \rightarrow A \times B$$

2. האם הפונקציות הבאות הן חח"ע? על?

(א) $f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}$ המוגדרת ע"י $f(n) = |n|$.

(ב) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת ע"י $f(y) = y^3$.

(ג) $f: \mathbb{Q} \rightarrow \mathbb{R}$ המוגדרת ע"י $f(q) = 2^q$.

(ד) $f: P(A) \rightarrow P(A)$ המוגדרת ע"י $f(B) = A \setminus B$, ותהי A קבוצה, ותהי

3. תהי $f: X \rightarrow Y$ פונקציה. עבור תתי קבוצות $A \subseteq X, B \subseteq Y$ נגדיר:

$$f(A) = \{f(a) | a \in A\}$$

$$f^{-1}(B) = \{a \in A | f(a) \in B\}$$

$f(A)$ נקראת התמונה של A והקבוצה $f^{-1}(B)$ נקראת התמונה ההפוכה של B . שימו לב: $f(A) \subseteq Y, f^{-1}(B) \subseteq X$. מצויידיים בהגדרות אלה, הוכיחו או הפריכו את

הטענות הבאות, בהינתן קבוצות $C_1, C_2 \subseteq X, D_1, D_2 \subseteq Y$:

$$f^{-1}(D_1 \cup D_2) = f^{-1}(D_1) \cup f^{-1}(D_2) \quad (\text{א})$$

$$f^{-1}(D_1 \cap D_2) = f^{-1}(D_1) \cap f^{-1}(D_2) \quad (\text{ב})$$

$$f(C_1^c) = (f(C_1))^c \quad (\text{ג})$$

$$f^{-1}(D_1^c) = (f^{-1}(D_1))^c \quad (\text{ד})$$

$$f(C_1 \setminus C_2) = f(C_1) \setminus f(C_2) \quad (\text{ה})$$

$$f^{-1}(D_1 \setminus D_2) = f^{-1}(D_1) \setminus f^{-1}(D_2) \quad (v)$$

4. (שאלה ממבחן) תהי X קבוצה, ותהי $f : X \rightarrow X$ פונקציה. כמו כן, תהיינה קבוצות $A, B \subseteq X$. הוכיחו או הפריכו:

$$f(A \setminus B^c) = f(A) \setminus (f(B))^c$$