

בוחן – 83-112 חדו"א 1 להנדסה (קורס חוזר) – 10/04/22

מרצה: דר' ארז שיינר  
משך המבחן: שעה וחצי  
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד

משקל כל שאלה: 20 נק'  
ענו על סעיף אחד מכל שאלה  
כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את אחד הגבולות הבאים:

ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n \cdot n!}{n^n}$

ב.  $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - e^{-x})^{\sqrt{x^2+1}-x}$

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^3 + \sin(x^7)) \cdot \ln(1+x^3) \cos(x^4)}{(1 - \cos(2x))^3}$

2.

א. חשבו את  $\int \frac{x^2+x+1}{(x+1)^3} dx$

ב. חשבו את האינטגרל  $\int_0^\infty \frac{x}{e^x} dx$

3.

א. יהי  $a \in \mathbb{R}$ , מצאו כמה פתרונות יש למשוואה  $e^x = -\frac{x^3}{3} - x + a$ .

ב. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה  $e^x(2-x) = e$ .

4. תהי  $f$  כך ש  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = c$  כאשר  $0 < c \in \mathbb{R}$ .

א. הוכיחו או הפריכו: קיים  $r > 0$  כך שלכל  $x_0 \in (-r, r)$  מתקיים כי  $\lim_{x \rightarrow x_0} (x - x_0)f(x) = 0$

ב. הוכיחו או הפריכו: קיים  $r > 0$  כך שלכל  $x_0 \in (-r, r)$  מתקיים כי  $\lim_{x \rightarrow x_0^+} \frac{f(x)}{x-x_0} = \infty$

5. תהי סדרה  $a_n$  המקיימת לכל  $n$  כי  $a_{n+1} = 2a_n + a_n^2 + 1$  (אין נתון לגבי ערך האיבר הראשון בסדרה).

א. הוכיחו כי  $a_n$  מונוטונית עולה.

ב. חשבו את  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

6.

א. חשבו את גבול הסדרה

$$a_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{n^2}$$

ב. קרבו את  $e$  עד כדי שגיאה של  $h = \frac{1}{100}$ .