

משך המבחן: שלוש שעות. מרצה: דר' ארז שיינר תאריך: 12/02/19 חומר עזר: מותר מחשבון הוראות: יש לענות על כל השאלות. כל שאלה שווה 24 נק'. כל ציון מעל 100 יעוגל ל-100.

1. פונקציה $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. נקראת שאפתנית אם

$$\forall x_1 \in \mathbb{R} \exists x_2 \in \mathbb{R} : (x_1 < x_2) \wedge (f(x_1) \leq f(x_2))$$

א. האם $f(x) = e^x$ שאפתנית?

ב. האם $f(x) = -x^2$ שאפתנית?

ג. האם ייתכן שפונקציה $f(x)$ שאפתנית וגם $-f(x)$ שאפתנית?

2. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות A, B, C מתקיים כי $(A \setminus B) \cup (C \setminus A) = (A \cup C) \setminus B$.

ב. לכל שתי קבוצות A, B מתקיים כי $A \cap B \subseteq A \setminus (B \setminus A)$.

ג. לכל שלוש קבוצות A, B, C אם $A \setminus B \subseteq C$ אזי $P(A) \setminus P(B) \subseteq P(C)$.

3. הוכיחו באינדוקציה (רגילה או מלאה) כי לכל n מתקיים כי $25^n - 1$ מתחלק ב-6 ללא שארית.

4. תהיינה שתי פונקציות $f, g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$. הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. אם $f \circ g$ הפיכה, וגם $g \circ f$ הפיכה אזי g הפיכה.

ב. אם f אינה חח"ע, ו g על אזי $f \circ g$ אינה חח"ע.

ג. $f \circ g$ הפיכה אם ורק אם $g \circ f$ הפיכה.

5. בכיתה יש 4 בנים ו-5 בנות. בכמה דרכים ניתן לבחור נציגים לועד כך ש:

א. בועד יהיה בן אחד ותהיינה שתי בנות.

ב. בועד יהיו 3 נציגים כלשהם.

ג. בועד תהיה מנהלת בת, ועוד שני נציגים כלשהם.

נוסחאות הבחירה:

בלי סדר	עם סדר	k מתוך n
$\binom{n-1+k}{n-1}$	n^k	עם חזרה
$\binom{n}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	בלי חזרה