

מבוא לאלגברה לינארית - תרגיל 3 - מרחבים ווקטורים

שאלה 1. הוכיחו ש- $V = \mathbb{R}^2 = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} : x, y \in \mathbb{R} \right\}$ מעל \mathbb{R} הוא מרחב ווקטור ביחס לפעולות

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{pmatrix} \\ \alpha \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha x \\ \alpha y \end{pmatrix} \end{cases}$$

שאלה 2. הוכיחו ש- $V = \mathbb{R}^{2 \times 2} = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} : a_{ij} \in \mathbb{R} \right\}$ מעל \mathbb{R} הוא מרחב ווקטור ביחס לפעולות

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{pmatrix} \\ \alpha \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} \end{pmatrix} \end{cases}$$

שאלה 3. הוכיחו ש- $V = \left\{ \begin{pmatrix} z \\ \bar{z} \end{pmatrix} : z \in \mathbb{C} \right\}$ מעל \mathbb{R} הוא מרחב ווקטור ביחס לפעולות

$$\begin{cases} \begin{pmatrix} x_1 \\ y_1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x_2 \\ y_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1 + x_2 \\ y_1 + y_2 \end{pmatrix} \\ \alpha \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha x \\ \alpha y \end{pmatrix} \end{cases}$$

שאלה 4. האם הקבוצות הבאות הן תתי מרחבים?

1. האם $W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : y = x \right\}$ (אתגר- נסו לחשוב מה הצורה הזאת מתארת)

הוא תת מרחב ווקטורי של \mathbb{R}^3 ביחס לחיבור וכפל בסקלר הרגילים?

2. האם $W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3 : z = 2y + 3, y = x \right\}$ (אתגר- נסו לחשוב מה הצורה הזאת מתארת)

הוא תת מרחב ווקטורי של \mathbb{R}^3 ביחס לחיבור וכפל בסקלר הרגילים?

3. האם $W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : z^2 = x^2 + y^2 \right\}$ (אתגר- נסו לחשוב מה הצורה הזאת מתארת)

הוא תת מרחב ווקטורי של \mathbb{R}^3 ביחס לחיבור וכפל בסקלר הרגילים?

4. האם $W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : x^2 + y^2 + z^2 \leq 36 \right\}$ (אתגר- נסו לחשוב מה הצורה הזאת

מתארת) הוא תת מרחב ווקטורי של \mathbb{R}^3 ביחס לחיבור וכפל בסקלר הרגילים?

5. האם $W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} : 2^{3x+z} = 8^{2x-y} \right\}$ (אתגר- נסו לחשוב מה הצורה הזאת מתארת)

הוא תת מרחב ווקטורי של \mathbb{R}^3 ביחס לחיבור וכפל בסקלר הרגילים?

6. האם $W = \left\{ \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} : a_{12} = a_{21} = 0 \right\}$ (אתגר- נסו לחשוב מה הצורה הזאת מתארת)

הוא תת מרחב ווקטורי של $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ ביחס לחיבור וכפל בסקלר הרגילים?

בהצלחה!!