<u>בוחן שלישי – 83112 חדו"א 1 להנדסה</u>

תאריך: 14.07.24

משך הבחינה: שעה וחצי

חומר עזר אסור לשימוש, מחשבון מותר לשימוש.

1. (50 נק')

א. תהי f הרציפה בקטע $[0,1]$ וגזירה בקטע $(0,1)$. עוד נניח כי $f(0)=0$.
הוכיחו כי קיימת נקודה $c\in(0,1)$ עבורה $f'(c)=f(1)$.

ב. תהי f רציפה ב$[0,1]$ כך שלכל $x\in[0,1]$ מתקיים כי $f(x)\geq 0$.
הוכיחו כי אם $\int_0^1 f(x)dx=0$ אזי לכל $x\in[0,1]$ מתקיים כי $f(x)=0$.

2. (50 נק')

א. תהי f פונקציה הגזירה בקטע $[0,1]$ וחיובית בתחום, כך ש $f(0)=1, f(1)=4$.
חשבו את גבול הסדרה הבאה:

$$a_n=\sum_{k=1}^{n}\frac{f'\left(\frac{k}{n}\right)}{n\cdot\sqrt{f\left(\frac{k}{n}\right)}}$$

ב. יהי $x\geq 0$ חשבו את הגבול הסדרה הבאה:

$$b_n=\sqrt[n]{(1+x^n)}$$

אפשר לחלק למקרים את תשובתכם, לפי תחומים של x.