

מרצה: דר' ארז שיינר  
משך המבחן: שלוש שעות  
חומר עזר: מחשבון פשוט בלבד  
משקל כל שאלה: 20 נק'  
ענו על כל השאלות  
כל ציון מעל 100 יעוגל ל100

1. חשבו את הגבולות הבאים:

א.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(3x) \arctan(x)}{1 - \cos(x)}$  .ב.  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + \ln(x)}{x^2 + 1}$  .ג.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n^2 + 1}$

2.

א. חשבו את  $\int \frac{6x^3 + 12x + 6}{(x^2 + x + 1)(x - 1)} dx$

ב. קבעו האם האינטגרל הבא מתכנס  $\int_0^1 \frac{e^x}{x^2 + \sin(\sqrt{x})} dx$

3.

א. מצאו כמה פתרונות יש למשוואה  $e^x + x = \sin(x)$ .

ב. הוכיחו שקיים  $a \in \mathbb{R}$  עבורו יש פתרון יחיד למשוואה  $e^x + \frac{x^2}{2} + \cos(x) = a$ .

4. תהי פונקציה  $f$  המקיימת  $f(x) > 0$  וגם  $f''(x) < 0$  לכל  $x > 0$ .

א. מצאו דוגמה עבורה  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$  או הוכיחו שלא קיימת כזו.

ב. מצאו דוגמה עבורה  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$  או הוכיחו שלא קיימת כזו.

5. תהי סדרה המקיימת  $a_{n+1} = a_n^2$ .

א. נניח כי  $a_1 = \frac{1}{2}$ , מצאו את גבול הסדרה.

ב. נניח כי  $a_1 = 2$ , מצאו את גבול הסדרה.

6.

א. חשבו את גבול הסדרה  $a_n = \frac{\tan\left(\frac{1}{n}\right) + \tan\left(\frac{2}{n}\right) + \dots + \tan\left(\frac{n}{n}\right)}{n}$

ב. קרבו את  $\sqrt[3]{9}$  עד כדי שגיאה של  $\frac{1}{100}$ .