

מבוא לטופולוגיה – תרגיל 10

שאלה 1

יהיו τ_1, τ_2 טופולוגיות על X . ו- B_1 - בסיס ל- (X, τ_1) .
הוכיחו ש- $\tau_1 \subseteq \tau_2$ אם ורק אם $B_1 \subseteq \tau_2$.

שאלה 2

יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים, B_X בסיס של X ו- B_Y בסיס של Y . הוכיחו שפונקציה $f: X \rightarrow Y$ רציפה בנקודה $x_0 \in X$ אם ורק אם לכל סביבה $V \in B_Y$ של הנקודה $f(x_0)$ קיימת סביבה $U \in B_X$ של הנקודה x_0 כך ש- $f(U) \subseteq V$.

שאלה 3

יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים. הוכיחו שהמרחבים $X \times Y$ ו- $Y \times X$ הומאומורפיים.

שאלה 4

יהי X מרחב טופולוגי. הוכיחו ש- X הוא מרחב האוסדורף אך ורק אם התת-קבוצה $\{(x, x) \in X \times X \mid x \in X\}$ סגורה במרחב המכפלה $X \times X$.

שאלה 5

יהיו X, Y מרחבים טופולוגיים ו- Y מרחב האוסדורף. תהא $f: X \rightarrow Y$ פונקציה רציפה. הוכיחו ש- $\{(x, y) \in X \times Y \mid y = f(x)\}$ קבוצה סגורה במרחב המכפלה $X \times Y$.