תרגיל 7

1. הוכיחו כי לא כל הקבוצות המדידות לבג ב  מדידות בורל וכי לא כל פונקציה רציפה מעתיקה קבוצה מדידה לבג לקבוצה מדידה לבג.

הדרכה:

1. הגדירו את הפונקציה המוגדרת על הקטע  כאשר  הינה פונקצית קנטור אשר הגדרנו בכיתה. הראו כי  רציפה, חד חד ערכית, עולה ממש ועל  .
2. הראו כי  הינה קבוצה פתוחה עם מידת לבג  .מכאן שלקבוצה  מידה 1 כאשר  הינה קבוצת קנטור.
3. השתמשו בעובדה כי אם  הינה קבוצה עם מידה חיובית אזי קיימת קבוצה  כך ש  איננה מדידה לבג(לא למדנו את זה אבל זה נכון) והראו כי קיימת קבוצה לא מדידה ב  כך ש  הינה מדידה לבג.
4. הראו כי  איננה מדידה בורל וכי  .
5. תהי  פונקציה אינטגרבילית, הוכיחו:  .

רמז: העזרו בקירוב של פונקציות רציפות.

1. תהי  פונקציה בעלת השתנות חסומה. הראו כי  הינה מדידה.