

פתרון תרגיל 3

1. חשבו את $2A + 3B - C$ עבור המטריצות

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 0 & 1/3 \\ 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 6 & 5 \\ 8 & -1 \end{pmatrix}$$

פתרון: $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 6 & 3 \\ 5 & 10 \end{pmatrix}$.

2. פתרו את המשוואה עבור X :

$$2A - X = 3B$$

בהינתן המטריצות:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 10 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}$$

פתרון: נעביר אגפים

$$X = 2A - 3B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 11 \\ -2 & 7 & -9 \end{pmatrix}$$

3. חשבו את:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 1/2 & -1 & 0 \\ 1/2 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad (\text{א})$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 2 & 6 \end{pmatrix} \quad (\text{ב})$$

$$\begin{pmatrix} \frac{11}{2} \\ 2 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1/2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad (\text{ג})$$

$$0 = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{ד})$$

4. מצאו שתי מטריצות ריבועיות A, B מגודל 2×2 המקיימות

$$(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$$

פתרון: נקח למשל את $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$(A+B)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ אז}$$

$$A^2 + 2AB + B^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ אבל}$$

$$5. \text{ פתרו את המשוואה הבאה עבור } X: \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$

פתרון:

ננסה למצוא הופכי ל $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, ננסה לפתור

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c & d \\ a & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

וזה נותן שהמטריצה ההופכית היא $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ (כן, כן, המטריצה היא ההופכית של

עצמה.)

נכפול את שני האגפים של המשוואה בהופכי מצד שמאל

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. \text{ ידוע ש } \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

פתרו את המערכת הבאה (לא בשיטה של גאוס)

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

פתרון:

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ נכניס את המערכת למטריצה}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \text{ נכפול בהופכי מצד שמאל ונקבל:}$$