

לינארית 2 - בוחן

הנחיות:

בראש הדף הראשון ציינו את הפרטים הבאים: שם מלא, ת.ז. ושם מתרגל.
ענו על השאלות הבאות:

1. נתונה ה"ל $T : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ המקיימת

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

(שימו לב שתנאים אלו מגדירים את העתקה באופן יחיד).

(א) [30 נקודות] מצאו את הפולינום האופיני, הפולינום המינימאלי, הערכים העצמיים והמרחביים העצמיים של T .

(ב) [16 נקודות] קבעו האם T לכסינה. קבעו האם T הפיכה.

(ג) [14 נקודות] מצאו את הפירוק הפרמרי של \mathbb{R}^3 ביחס ל T .

2.

(א) [20 נקודות] הוכיחו או הפריכו: תהא $T : V \rightarrow V$ ה"ל. יהיו $\{v_1, \dots, v_r\}$ קבוצת ו"ע של T . אזי $W = \text{span}\{v_1, \dots, v_r\}$ הוא מרחב T -אינוואריאנטי.

(ב) [20 נקודות] הוכיחו או הפריכו: תהא $T : V \rightarrow V$ ה"ל. יהא $W \neq 0$ תת מרחב T -אינוואריאנטי. אזי קיימת קבוצה ו"ע $\{v_1, \dots, v_r\}$ כך ש $W = \text{span}\{v_1, \dots, v_r\}$.

בהצלחה! ☺