

(2) מצא על הקטע שקצותיו הם $(-2, 5)$ ו- $(6, -3)$ את הנקודה שמחלקת אותו לשני קטעים כך שהיחס ביניהם הוא $\frac{3}{5}$ אם נתון שהנקודה קרובה יותר לנקודה $(-2, 5)$.

(3) מצא על הקטע AB שקצותיו הם $A(-2, -2)$ ו- $B(7, 4)$ שתי נקודות שמחלקות את הקטע ל-3 קטעים שווים.

(4) מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה $P(3, -1\frac{1}{2})$ את הקטע AB שקצותיו הם $A(-2, 1)$ ו- $B(6, -3)$.

(5) הנקודה $P(a, 0)$ נמצאת על הקטע AB שקצותיו הם $A(-2, -3)$ ו- $B(5, 4)$.
א. מצא באיזה יחס מחלקת הנקודה P את הקטע AB.
ב. מצא את a.

(6) הנקודה P מחלקת את הקטע AB כך שמתקיים: $\frac{AP}{PB} = \frac{3}{4}$.
מצא את B אם נתון: $A(-8, -4)$, $P(-2, -1)$.

(7) קצהו האחד של קטע AB הוא בנקודה $A(-2, -1)$. הנקודה $P(2, 3)$ נמצאת על הקטע ומחלקת אותו ביחס של $AP:PB = 1:4$.
מצא את קצהו השני של הקטע. (הנקודה B).

מפגש התיכונים במשולש – חלוקת קטע ביחס נתון

(8) קודקודיו של משולש הם $(1, 3)$, $(-4, 1)$ ו- $(-3, 8)$.
מצא את נקודת מפגש התיכונים.

(9) שני קודקודיו של משולש הם $(2, -3)$ ו- $(-4, -1)$. מפגש התיכונים הוא בנקודה $(1, 2)$.

א. מצא את הקודקוד השלישי של המשולש.
ב. מצא את אורכו של התיכון שמגיע לקודקוד השלישי.

(10) אחד מקודקודי משולש הוא בנקודה $(10, 8)$. אמצע אחת מהצלעות הוא בנקודה $(7, 2)$ ומפגש התיכונים הוא בנקודה $(4, 2)$.

מצא את שני הקודקודים האחרים של המשולש.

(11) הוכח: אם קודקודי המשולש הם: (x_1, y_1) , (x_2, y_2) ו- (x_3, y_3) אז מרכז הכובד

(מפגש התיכונים) של המשולש הוא בנקודה: $(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$.

- 12) אמצעי שתי צלעות במשולש הם בנקודות $(-1, 3)$ ו- $(3, 3\frac{1}{2})$. מפגש התיכונים הוא בנקודה $(1, 2)$. מצא את קודקודי המשולש.

בעיות שונות – חלוקת קטע ביחס נתון

הערה: בחלק מהתרגילים הבאים צריך להיעזר במשפטים מהנדסת המישור.

- 13) בטרפז ABCD שבו $AB \parallel DC$ נתון: $A(-5, -1)$, $B(7, -5)$ ו- $C(5, -2)$. מצא את הקודקוד D אם נתון שחמשכי השוקיים של הטרפז נפגשים בנקודה $(-1, 7)$.
- 14) בטרפז ABCD אורך הבסיס הגדול DC הוא פי 3 מאורך הבסיס הקטן AB. נתון: $A(-1, 5)$, $B(3, 3)$, $C(4, -3)$. מצא את הקודקוד D.
- 15) קודקודיו של משולש ABC הם: $A(3, 2)$, $B(-5, -2)$, $C(-1, 4)$. מצא את אורך חוצה הזווית A.
- 16) AD ו-AE הם בהתאמה התיכון לצלע BC וחוצה הזווית A במשולש ABC. נתון: $B(4, 0)$, $D(6, 1\frac{1}{2})$, $E(5\frac{1}{3}, 1)$. מצא את הקודקוד A אם נתון שהוא על ציר ה-y.
- 17) נתונות שתי נקודות A ו-B: $A(-1, -2)$, $B(1, 0)$. מצא את הנקודה P שנמצאת על המשך הקטע AB אם נתון:
- א. P נמצאת מהצד של B ומתקיים: $\frac{AP}{BP} = \frac{5}{3}$
- ב. P נמצאת מהצד של A ומתקיים: $\frac{PA}{PB} = \frac{1}{3}$
- 18) שני קודקודים של משולש ABC הם: $A(1, 2)$, $B(10, -1)$. D היא נקודה על הצלע AB. נתון ששטח המשולש ABC גדול פי 3 משטח המשולש ACD.
- א. מצא את שיעורי הנקודה D.
- ב. נתון $CD = \sqrt{50}$ ושיעור ה-y של הנקודה C הוא 8. מצא את שיעור ה-x של

19 קודקודיו של משולש ABC הם: $A(8,1)$, $B(5,4)$, $C(2,1)$. D ו-E הן בהתאמה נקודות על הצלעות AB ו-AC כך ש- $DE \parallel BC$. נתון: $DE = \sqrt{8}$.

א. חשב את אורך הצלע BC.

ב. חשב את היחס $\frac{DE}{BC}$.

ג. מצא את שיעורי הנקודות D ו-E.

20 A היא נקודה על החלק החיובי של ציר ה-y

ו-B היא נקודה על החלק החיובי של ציר ה-x.

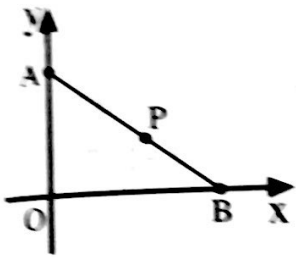
P היא נקודה על AB כך שמתקיים $\frac{AP}{BP} = \frac{3}{2}$

נתון: $\frac{AO}{BO} = \frac{3}{4}$ (ראשית הצירים). כמו כן נתון

שרדיוס המעגל שחוסם את המשולש AOB הוא R.

א. הבע באמצעות R את AO ואת BO.

ב. הבע באמצעות R את שיעורי הנקודה P.



21 הנקודה D היא אמצע הקטע AB. הנקודה C

נמצאת על הקטע AB כך שמתקיים $AC = \frac{1}{4}AB$.

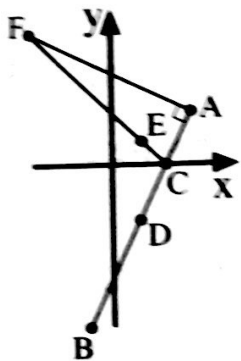
הנקודה E נמצאת על הקטע CF כמתואר בציור.

נתון: $D(1, -2)$, $A(3, 2)$, $CE = \frac{1}{5}CF$

$x_E = 1$, $AF \perp AB$

א. מצא את שיעורי הנקודה C.

ב. מצא את שיעורי הנקודה F.



תשובות (חלוקת קטע ביחס נתון):

(1) $(6, -1)$ (2) $(1, 2)$ (3) $(1, 0)$, $(4, 2)$ (4) $AP:PB = 5:3$ (5) ב. 1. $(6, 3)$

(7) $(18, 19)$ (8) $(-2, 4)$ (9) א. $(5, 10)$ ב. $\sqrt{180}$ (10) $(4, -4)$, $(-2, 2)$ (12) $(5, 0)$

$(1, 7)$, $(-3, -1)$ (13) $(-4, 1)$ (14) $(-8, 3)$ (15) $5\frac{1}{3}$ (16) $(0, 1)$ (17) א. $(4, 3)$

ב. $(-2, -3)$ (18) א. $(4, 1)$ ב. 5 או 3. (19) א. $\sqrt{18}$ ב. $\frac{2}{3}$ ג. $E(4, 1)$, $D(6, 3)$

(20) א. $AO = \frac{6}{5}R$, $BO = \frac{8}{5}R$ ב. $(\frac{24}{25}R, \frac{12}{25}R)$ (21) א. $(2, 0)$ ב. $(-3, 5)$

8 מצא את שיפועו של הישר שיוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה-x זווית הגדולה פי 2 מהזווית שיוצר הישר $-x+2y-3=0$ עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

מצא לאילו ערכי k המשוואות הבאות מייצגות ישר:

$$(k^3-4k^2+3k)x+(k^2-k)y-k=0 \quad (10)$$

$$(k^2-9)x+(k^2+k-6)y=0 \quad (9)$$

מצא לאילו ערכי k המשוואות הבאות מייצגות:

(א) ישר המקביל לציר ה-x.

(ב) ישר המקביל לציר ה-y.

$$(k^2-4)x+(k^2+k-2)y=3 \quad (12)$$

$$(k^2-1)x+(k^2-4k+5)y=5 \quad (11)$$

מצא לאילו ערכי k הישרים הבאים יוצרים עם הכיוון החיובי של ציר ה-x זווית חדה:

$$(k^2-9)x-(k^2-4k+3)y=0 \quad (14)$$

$$(k-4)x-(k+1)y+1=0 \quad (13)$$

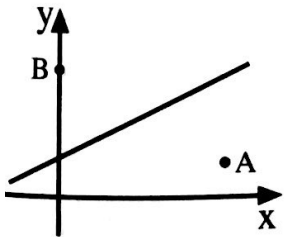
בעיות עם משוואת הישר

15 מצא על הישר $2x-y+1=0$ את הנקודות שמרחקן מהנקודה $(3,2)$ שווה ל- $\sqrt{10}$.

16 קודקוד הזווית הישרה של משולש ישר זווית נמצא על הישר $y=-2x+4$ ושני הקודקודים האחרים הם בנקודות $(0,3)$ ו- $(-2,-1)$.

מצא את קודקוד הזווית הישרה.

17 מצא את הנקודות על הישר $y=2x-9$ כך שמרחקן מציר ה-y שווה למרחקן מהנקודה $(2,-3)$.



18 נתון קטע AB כך ש- $A(4,1)$ ו-B היא נקודה על ציר ה-y.

מצא את שיעורי הנקודה B אם נתון שהישר $x-2y+2=0$ חוצה את הקטע AB.

19 נתון קטע AB שבו: $A(5,-2)$ ו-B נמצאת על הישר $x+y+3=0$. הישר $3x+2y-3=0$ חוצה את הקטע AB.

מצא את שיעורי הנקודה B ואת אמצע הקטע AB.

20 במשולש ABC משוואות הצלעות AB ו-AC הן בהתאמה $y=-x+3$ ו- $y=2x+9$. אמצע הצלע BC הוא בנקודה $(-1,-2)$.

מצא את הקודקודים B ו-C של המשולש.

(21) במשולש ABC נתון: $B(3, -4)$, משוואת הצלע AC היא $x + 3y - 15 = 0$ ומשוואת התיכון לצלע BC היא $2x + y - 11 = 0$. מצא את שיעורי הקודקוד C.

אזורי המישור ביחס לישר

(22) נתון הישר $2x - 3y - 1 = 0$. מבלי לשרטט את הישר מצא אילו מהנקודות הבאות נמצאות: א. מתחת לישר. ב. על הישר. ג. מעל לישר.
 $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(-2, -2)$, $(5, 3)$, $(-6, -4)$

(23) נתון הישר $y = (k^2 - 2k)x + 4$. מצא לאילו ערכי k הנקודה $(-1, 1)$ נמצאת: א. על הישר. ב. מתחת לישר. ג. מעל לישר.

תשובות (משוואת הישר):

1) א. (6) ב. (5) ג. (1) ד. (4) ה. (3) ו. (8) ז. (2) ח. (7) ט. (2) 33.69°

3) 156.80° (4) 0° (5) 30° (7) 90° (8) $\frac{4}{3}$ (9) $k \neq -3$ (10) $k \neq 0, k \neq 1$

11) א. 1, -1 ב. אף k (12) א. 2 ב. 1 (13) $k < -1$ או $k > 4$ (14) $k < -3$

או $k > 1, k \neq 3$ (15) $(0, 1)$, $(2, 5)$ (16) $(1, 2)$ (17) $(5, 1)$, $(2, -5)$ (18) $(0, 3)$

(19) $B(1, -4)$, $(3, -3)$ (20) $B(4, -1)$, $C(-6, -3)$ (21) $(9, 2)$ (22) ג', א', א', ב'

(23) א. -1, 3 ב. $-1 < k < 3$ ג. $k > 3$ או $k < -1$

חיתוך, הקבלה והתלכדות של ישרים

קבע אם הישרים שמיוצגים ע"י המשוואות הבאות הם:

(א) נחתכים, (ב) מקבילים, (ג) מתלכדים.

$5x - 3y - 1 = 0$ (3)	$y = \frac{1}{2}x + 1$ (2)	$4x + 3y = 2$ (1)
$2x - 6y = 2$	$4y - 2x = 6$	$8x + 6y = 1$
$3x - 2 = 0$ (6)	$2x - 3y = 5$ (5)	$2y = 5$ (4)
$2y + x = 1$	$6y - 4x + 10 = 0$	$\frac{1}{3}y + 2 = 0$

מצא לאילו ערכי k (אם יש כאלה) זוגות הישרים הבאים הם:

(א) נחתכים, (ב) מקבילים, (ג) מתלכדים.

$kx + y - k^2 = 0$ (8)	$x - ky - 1 + k = 0$ (7)
$3x + y - 9 = 0$	$x + y + 2 = 0$
$2x + (k+6)y + 1 = 0$ (10)	$k^2x - y - 1 = 0$ (9)
$(k+1)x + ky - 1 = 0$	$x + y - k = 0$
$kx + ky = 0$ (12)	$(k-1)x + (k-1)y - 2 = 0$ (11)
$(k+2)x + (k+2)y = 0$	$x + y - k = 0$

(13) הישר $(k^2+1)x - 4y - 2k + 4 = 0$ עובר דרך נקודת החיתוך של הישרים $3x - y - 7 = 0$ ו- $2x + y - 8 = 0$.

א. מצא את שני הערכים של k .

ב. עבור ה- k שהוא מספר שלם, מצא את נקודות החיתוך של הישר הני"ל עם הצירים.

(14) נתונים הישרים: $2x - y - k = 0$, $3x - 2y - k - 1 = 0$, $x - 5y + 2k - 3 = 0$.

א. הוכח: אין שני ישרים מביניהם המקבילים זה לזה.

ב. מצא לאיזה ערך של k הישרים נחתכים בנקודה אחת.

(15) מצא לאיזה ערך של k הישר $(k^2 - 4k + 3)x - (k^2 - k - 6)y + 1 = 0$ מקביל לישר $2x - y + 1 = 0$.

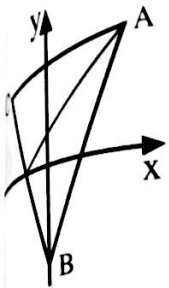
משולשים – חיתוך של ישרים

(16) מצא את משוואתו של הישר שמקביל לישר $2x + y - 5 = 0$ ויוצר עם הכיוונים החיוביים של הצירים משולש ששטחו 36. ✓

(17) משוואות הצלעות של משולש הן: $3x + 4y - 30 = 0$, $5x - 12y - 50 = 0$, $x = -2$.

א. מצא את היקפו של המשולש.

ב. מצא את שטחו של המשולש.



(18) במשולש ABC הקודקוד B הוא $(0, -3)$.

משוואת התיכון היוצא מהקודקוד A היא

$$x - y + 1 = 0$$

$$x - 5y + 17 = 0$$

א. מצא את הקודקודים A ו-C של המשולש.

ב. מצא את שיעורי נקודת מפגש התיכונים של המשולש.

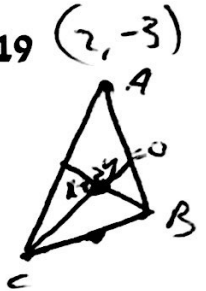
(19) במשולש ABC הקודקוד A הוא $(2, -3)$ ומשוואות התיכונים היוצאים מהקודקודים

$$B \text{ ו-} C \text{ הן בהתאמה: } x - 4y = 0 \text{ ו-} x + 3y = 0.$$

א. מצא את הקודקודים B ו-C.

ב. נסמן ב-D את אמצע הצלע AB. E היא נקודה על CD כך שמתקיים: $CE = OD$.

(O ראשית הצירים). מצא את שיעורי הנקודה E.



(20) במשולש ABC משוואת הצלע AB היא $y = 2x + 6$ ומשוואת הצלע AC היא

$$y = -2x + 10. \text{ מפגש התיכונים הוא בנקודה } (1, 4).$$

א. מצא את קודקודי המשולש.

ב. D ו-E הן בהתאמה נקודות על הצלעות AC ו-BC כך ש- $DE \parallel AB$.

נתון: $DE = \sqrt{5}$. מצא את שיעורי הנקודות D ו-E.

הערה: תרגיל 21 הוא קשה מהרגיל.

(21) במשולש ABC משוואות הצלעות AB ו-AC הן בהתאמה $y = x + 2$ ו- $y = -2x + 8$.

משוואת התיכון היוצא מהקודקוד A היא $y = 4x - 4$. אורך הצלע BC הוא 6.

מצא את קודקודי המשולש. (הבחן בין שני מקרים).

5. העובר בנקודה $(6, 2)$ ויוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x זווית של: א. 45° ב. 135° .

6. העובר בנקודה $(1, 3)$ ויוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x זווית הגדולה פי 3 מהזווית שיוצר הישר $-x+2y+3=0$ עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

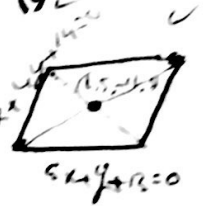
7. העובר בנקודה $(-1, 4)$ ויוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x זווית הגדולה ב- 45° מהזווית שיוצר הישר $-2x+3y+1=0$ עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

8. העובר בנקודה $(1, 4)$ ויוצר עם הכיוונים החיוביים של הצירים משולש ששטחו 9.

צורות הנדסיות – משוואת ישר עפ"י שיפועו ונקודה שעליו

9. מפגש האלכסונים של מקבילית הוא בנקודה $(1\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$ ומשוואות שתי הצלעות הן $5x+y+13=0$ ו- $x+4y+14=0$.

מצא את משוואות שתי הצלעות האחרות ואת קודקודי המקבילית.



10. בטרפז שווה שוקיים ABCD ($AB \parallel DC$) נתון: $A(1, 0)$, $C(4, 4)$, שיפוע הצלע

AB הוא $\frac{1}{2}$ ושיפוע הצלע AD הוא 3.

א. מצא את הקודקודים D ו-B.

ב. נסמן ב-M את נקודת מפגש אלכסוני הטרפז. חשב את היחס $CM : MA$.

(הערה: אין צורך למצוא את שיעורי הנקודה M).

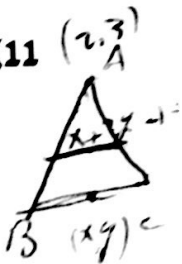
11. במשולש ABC נתון: $A(2, 3)$. משוואת קטע האמצעים המחבר את אמצעי הצלעות

AB ו-AC היא $x+2y-1=0$.

א. מצא את משוואת הצלע BC.

ב. נתון שקטע האמצעים, המחבר את אמצעי הצלעות AC ו-BC, מקביל לישר

$2x-3y=0$ ואמצע BC הוא בנקודה $(0, -3)$. מצא את הקודקודים B ו-C.



12. ישר העובר דרך הנקודה $(3, 3)$ חותך את הישר $y=2x$ בנקודה A שנמצאת ברביע הראשון ואת ציר ה- x בחלקו החיובי בנקודה B.

מצא את משוואת הישר אם שטח המשולש ABO הוא 12. (O ראשית הצירים).

הערה: תרגילים 13 ו-14 הם יותר קשים מהרגיל.

13. ישר העובר דרך ראשית הצירים חותך את הישרים $y=x+3$ ו- $y=-x+3$ כך שאורך הקטע שבין שתי נקודות החיתוך הוא $\sqrt{20}$.

מצא את משוואת הישר

14 נתונה הנקודה $A(1,0)$ שדרכה עוברים שני ישרים שונים החותכים את הישרים המקבילים $y = x+1$ ו- $y = x+3$. הישרים המקבילים חותכים מכל אחד משני הישרים שעוברים דרך הנקודה A קטע שאורכו שווה ל- $\sqrt{10}$. מצא את ארבע נקודות החיתוך של שני הישרים המקבילים עם שני הישרים האחרים.

תשובות (משוואת ישר עפ"י שיפועו ונקודה שעליו):

- (1) $x+3y-13=0$ (2) $5x+2y+13=0$ (3) $x-2y+11=0$ (4) $x=2\frac{1}{2}$
 (6) $11x-2y-5=0$ (7) $-5x+y-9=0$ (8) $y=-2x+6$ או $y=-8x+12$
 (9) $5x+y-25=0$, $x+4y-5=0$, $(-2,-3)$, $(-3,2)$, $(5,0)$, $(6,-5)$. א. (10) $D(2,3)$
 (11) א. $x+2y+6=0$. ב. $(-4,-1)$, $(4,-5)$. (12) $y=-x+6$ או
 (13) $y=3x-6$. (14) $y=2x$ או $y=-2x$. $(2,3)$, $(3,6)$, $(-2,-1)$, $(-5,-2)$.

משוואת ישר עפ"י שתי נקודות שעליו

מציאת משוואת ישר עפ"י שתי נקודות שעליו

נזכיר עכשיו כיצד למצוא משוואה של ישר עפ"י שתי נקודות שעליו. ברצוננו למצוא את משוואת הישר שעובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) . נניח תחילה שהישר איננו מאונך לציר ה- x , לכן משוואתו היא $y = mx + b$ וצריך למצוא את m ו- b . אם הישר עובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הרי שמתקיים $y_1 = mx_1 + b$ וגם $y_2 = mx_2 + b$. זאת מערכת של שתי משוואות עם שני נעלמים, הנעלמים הם m ו- b . אם נחסר את המשוואה הראשונה מהשנייה נקבל $y_2 - y_1 = mx_2 - mx_1$ ולכן $y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$. מכאן ניתן לבודד את m , נקבל $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$. לכן:

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$	שיפוע הישר שעובר דרך הנקודות (x_1, y_1) ו- (x_2, y_2) הוא:
-----------------------------------	--

כדי למצוא את משוואת הישר המבוקש יש עוד למצוא את b אלא שבסעיף הקודם מצאנו את משוואת הישר עפ"י שיפועו ונקודה שעליו. נוכל אם כן לסכם:

המרחק בין הישרים המקבילים $Ax+By+C_1 = 0$ ו- $Ax+By+C_2 = 0$ הוא:

$$d = \frac{|C_1 - C_2|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

המרחק בין הישרים המקבילים $y = mx + b_1$ ו- $y = mx + b_2$ הוא:

$$d = \frac{|b_2 - b_1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

הכלל לקביעת הסימן למרחק שבין שני ישרים מקבילים:

אם הישר $\ell_2: Ax+By+C_2 = 0$ נמצא מעל לישר $\ell_1: Ax+By+C_1 = 0$ ו- $B > 0$ אז המרחק הוא חיובי. אם ℓ_2 נמצא מתחת ל- ℓ_1 אז המרחק הנ"ל הוא שלילי.

$$\frac{C_1 - C_2}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

מצא את המרחק בין הישרים המקבילים הבאים:

$$2x - 4y - 6 = 0 \quad (2)$$

$$4x - 8y + 8 = 0$$

$$3x + 4y - 1 = 0 \quad (1)$$

$$3x + 4y + 9 = 0$$

(3) נתונים שני ישרים מקבילים היוצרים כל אחד זווית של 60° עם הכיוון החיובי של ציר ה-x. ישר אחד עובר דרך ראשית הצירים והישר השני עובר דרך הנקודה $(0, 8)$.

חשב את המרחק שבין שני הישרים.

$$2x - 4y + 3 = 0 \quad (4)$$

מצא את משוואות שני הישרים שהמרחק של כל אחד מהם מהישר הנ"ל הוא $\sqrt{5}$.

$$15x + 12y + 42 = 0 \quad 5x + 4y - 3 = 0 \quad (5)$$

מצא את משוואת המקביל האמצעי. (הישר שעובר בין שני הישרים ונמצא במרחקים שווים מהם).

$$x + 3y - 5 = 0 \quad \text{ו-} \quad x + 3y + 1 = 0 \quad (6)$$

7 נתונים הישרים המקבילים: (1) $-2x+3y+3=0$, (2) $-2x+3y-6=0$. מצא את משוואתו של הישר המקביל לשניהם אם מרחקו מהישר (1) גדול פי 2 ממרחקו מהישר (2). (הבחן בין שתי אפשרויות).

8 מרחק הישר $x-3y+k=0$ מהישר $-3x+9y-12=0$ הוא $\sqrt{10}$. מצא את k .

צורות הנדסיות – המרחק בין שני ישרים מקבילים

9 משוואות שתי צלעות של ריבוע הן $3x+4y+5=0$ ו- $4x-3y+2=0$. אורך צלע הריבוע הוא 3.

מצא את משוואות שתי הצלעות האחרות של הריבוע אם ראשית הצירים נמצאת בתוך הריבוע.

10 גובהו של מעוין הוא 5. משוואות שתי צלעות שלו הן $3x-4y=0$ ו- $3x+4y-1=0$. מצא את משוואות שתי הצלעות האחרות של המעוין אם ידוע שהנקודה $(-4, 1)$ נמצאת בתוכו.

11 נתון ישר שעובר דרך ראשית הצירים ויוצר זווית של 30° עם הכיוון החיובי של ציר ה- x . א. מצא את משוואות שני הישרים שהמרחק של כל אחד מהם מהישר הנתון הוא 3. ב. שתי צלעות נגדיות של מקבילית נמצאות כל אחת על אחד מהישרים שאת משוואותיהם מצאת בסעיף א'. צלא שלישית של המקבילית נמצאת על ציר ה- x . אורך כל אחת משתי הצלעות הנגדיות הנ"ל הוא 10. מצא את משוואת הישר שעליו נמצאת הצלע הרביעית של המקבילית.

12 שני קודקודים של מקבילית ABCD הם $A(3, 5)$, $B(7, 8)$. שטח המקבילית הוא 13. הצלע DC נמצאת מתחת לצלע AB. א. מצא את משוואת הצלע DC. ב. מצא את משוואת הישר שעובר דרך נקודת מפגש האלכסונים של המקבילית ומקביל לצלע AB. ג. שיעור ה- y של הקודקוד C הוא 4. מצא את שיעורי הקודקוד D.

13 שלוש צלעות מעוין נמצאות על הישרים: $4x-3y-2=0$, $4x-3y+8=0$ ו- $5x+12y+3=0$.

מצא את משוואת הישר שעליו נמצאת הצלע הרביעית אם ידוע שהישר והנקודה $(2, 0)$ נמצאים מאותו צד של הישר שעליו נמצאת הצלע המקבילה לה.

מצא את משוואות שתי הצלעות האחרות אם גובה הטרפז הוא $\sqrt{20}$ ואחד מקודקודי הבסיס הקטן נמצא על הישר $x = 3$.

15) שני ישרים מקבילים שהמרחק ביניהם $\sqrt{20}$ עוברים האחד דרך הנקודה $(4, 1)$ והשני דרך הנקודה $(-4, 2)$.

א. מצא את משוואותיהם אם ידוע שהשיפוע שלהם חיובי.

ב. נתון מעוין שכל ארבעת הקודקודים שלו נמצאים על שני הישרים הנ"ל. שיעור ה-x של קודקוד אחד, שנמצא על הישר התחתון, הוא 4 ושיעור ה-y של הקודקוד הנגדי לו, שנמצא על הישר העליון, הוא 2. מצא את שיעורי שני הקודקודים האחרים של המעוין.

תשובות (המרחק בין שני ישרים מקבילים):

- 1) $2x - 4y + 13 = 0$, $2x - 4y - 7 = 0$ (4) 2) $\sqrt{5}$ (3) 3) 4 (4) 4) $10x + 8y + 11 = 0$ (5) 5) $-2x + 3y - 15 = 0$ או $-2x + 3y - 3 = 0$ (7) 6) $x + 3y - 11 = 0$ או $x + 3y + 7 = 0$ (7) 7) -6 או 14 (8) 8) $3x - 4y + 25 = 0$ (10) 9) $4x - 3y - 13 = 0$, $3x + 4y - 10 = 0$ (9) 10) $3x + 4y + 24 = 0$ (11) א. $x - \sqrt{3}y + 6 = 0$, $x - \sqrt{3}y - 6 = 0$ ב. $y = 5$ או $y = -5$ (12) א. $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$ ב. $y = \frac{3}{4}x + \frac{9}{8}$ ג. $(2, 1)$ (13) 13) $5x + 12y - 23 = 0$ (14) $-x + 2y - 5 = 0$, $8x + 19y - 100 = 0$ (15) א. $x - 2y + 8 = 0$, $x - 2y - 2 = 0$ ב. $(-\frac{1}{3}, -1\frac{1}{6})$, $(\frac{1}{3}, 4\frac{1}{6})$.

המרחק בין נקודה לישר

5) מצא את מרחק הנקודה $(-1, -2)$ מהישר שעובר דרך הנקודות $(4, -5)$ ו- $(-4, 10)$.

6) הנקודה A נמצאת על הישר $3x - 4y + 25 = 0$ והיא הנקודה הקרובה ביותר לראשית הצירים מבין כל נקודות הישר.

מצא את המרחק של הנקודה A מראשית הצירים ואת שיעוריה.

מציאת הנקודה עפ"י הישר והמרחק – המרחק בין נקודה לישר

7) מצא על החלק השלילי של ציר ה-y נקודה שמרחקה מהישר $x + 2y + 6 = 0$ הוא:
א. $\sqrt{20}$ ב. $\sqrt{5}$

8) א. מצא את שתי הנקודות על הישר $y = \frac{1}{2}x$ שהמרחק של כל אחת מהן מהישר $3x - 4y + 2 = 0$ הוא 2.
ב. הראה שנקודת החיתוך של שני הישרים הנ"ל היא אמצע הקטע שקצותיו הם שתי הנקודות שמצאת בסעיף א'.

9) הישר $3x + ky + 4 = 0$ נמצא במרחק 3 מהנקודה $(1, 2)$.
מצא את k.

10) מצא לאילו ערכי k מרחק הישר $4x + 3y + 2k + 8 = 0$ מראשית הצירים הוא קטן או שווה ל-2.

11) מצא על הישר $x + y - 3 = 0$ את שתי הנקודות שנמצאות במרחקים שווים מהישרים $x - 12y = 0$ ו- $9x - 8y = 0$.

12) צלעותיו של משולש הן:

$$(1) \quad x - 8y + 3 = 0, \quad (2) \quad 4x + 7y + 12 = 0, \quad (3) \quad -4x + 3y + 59 = 0$$

מצא בתוך המשולש נקודה שנמצאת במרחקים שווים מהישרים (1) ו-(2) ובמרחק 5 מהישר (3).

13) נתון משולש שצלעותיו הן:

$$(1) \quad -x + 3y - 5 = 0, \quad (2) \quad -3x + y + 9 = 0, \quad (3) \quad x + 3y + 27 = 0$$

א. מצא בתוך המשולש נקודה שנמצאת במרחק שווה מהצלעות (1) ו-(2) ובמרחק הגדול פי 2 מהמרחק הנ"ל מהצלע (3).

ב. מצא את מרחק הנקודה שמצאת בסעיף א' מהצלעות (1) ו-(2) ומהצלע (3).

מרחק בין נקודה לישר – המרחק בין נקודה לישר

14) צלעותיו של משולש הן $4x+3y=0$, $12x-5y=0$ ו- $x=15$.

א. מצא את מרכז המעגל שחסום במשולש.

ב. מצא את רדיוס המעגל שחסום במשולש.

ג. מצא את שטח המשולש.

15) א. מצא את מרכז המעגל שחסום במשולש שצלעותיו הן $x-2y-4=0$, $2x-y+1=0$ ו- $2x+y-13=0$.

ב. מצא את רדיוס המעגל שחסום במשולש.

ג. מצא את המשוואות של שלושת חוצי הזוויות של המשולש.

הערה: הנושא "משוואת חוצה הזווית שבין שני ישרים" הוא לא בתוכנית הלימודים ולכן אין הכוונה למצוא את המשוואות של חוצי הזוויות עפ"י המשוואה הנ"ל אלא בדרך אחרת.

16) קודקודיו של משולש ABC הם: $A(-1, -1)$, $B(7, 3)$, $C(-4, 5)$.

א. מצא את מרכז המעגל החסום במשולש.

ב. הוכח שמתקיים: $AB \perp AC$.

ג. דרך מרכז המעגל החסום מעבירים ישר שמקביל לצלע AB. הישר חותך את הצלע AC בנקודה D. חשב את שיעורי הנקודה D.

17) שלוש הצלעות של משולש נמצאות על הישרים $-4x+3y=0$, $15x+8y=0$ ו- $-5x+12y+k=0$.

מצא את k אם נתון שמרכז המעגל החסום במשולש נמצא על הישר $y=13$ והמשולש נמצא ברביעים הראשון והשני.

מציאת הישר עפ"י המרחק והנקודה – המרחק בין נקודה לישר

מצא בתרגילים הבאים את משוואתו של ישר (או ישרים):

18) שעובר בנקודה $(3, 1)$ ומרחקו מראשית הצירים הוא: א. $\sqrt{5}$. ב. 3.

19) שעובר בנקודה $(4, 3)$ ומרחקו מהנקודה $(1, 2)$ הוא 3.

20) שעובר בנקודה $(-1, -1)$ ומרחקו מהנקודה $(3, 3)$ הוא 4.

21) מצא את משוואתו של ישר שמרחקו מהנקודה $(0, 1)$ הוא 5 אם נתון שהישר עובר בנקודה:

א. $(1, 8)$ ב. $(-5, 11)$ ג. $(-3, 5)$ ד. $(5, 1)$ ה. $(-1, 1)$

(22) מצא את הנקודות על ציר ה-x שדרך עובר ישר אחד בלבד שמרחקו מהנקודה $(0, 2)$ שווה ל- $\sqrt{20}$.

(23) מרחק הנקודה $A(4, 1)$ מישר שעובר דרך הנקודה $(0, -2)$ הוא 5.
א. מצא את משוואת הישר.

ב. מצא את הנקודה הסימטרית ל-A ביחס לישר הנ"ל.
(הדרכה: נקודה B היא סימטרית לנקודה A ביחס לישר נתון אם הישר הוא האנך האמצעי של הקטע AB).

(24) מצא את משוואתו של ישר שעובר דרך ראשית הצירים אם סכום מרחקיו מהנקודות $(2, 1)$ ו- $(1, 4)$ שווה ל- $\sqrt{8}$ והוא עובר בין הנקודות הנ"ל.

(25) מצא את משוואתו של ישר (או ישרים) שעובר דרך ראשית הצירים אם סכום מרחקיו מהנקודות $(2, 1)$ ו- $(3, 4)$ שווה ל- $\sqrt{5}$ והוא איננו עובר ביניהם.

(26) משוואת אחת מצלעות ריבוע היא $x+3y-5=0$ ונקודת החיתוך של האלכסונים היא $(-1, 0)$.

א. מצא את משוואות שאר צלעות הריבוע.
ב. מצא את שטח הריבוע.

(27) אלכסוני ריבוע נפגשים על הישר $y=1$. שתיים מצלעותיו מקבילות לישר $x-4y-5=0$ ונמצאות כל אחת במרחק 2 ממנו.

מצא את משוואות הישרים עליהם נמצאות צלעות הריבוע.

(28) משוואות שתי צלעות של מלבן, ששטחו 40, הן $x-2y-2=0$ ו- $x-2y+8=0$. אלכסוני המלבן נפגשים על הישר $x=3$.

מצא את משוואות הצלעות האחרות.

תרגילים נוספים – המרחק בין נקודה לישר

(29) דרך ראשית הצירים עובר ישר $y=mx$.

הוכח: סכום ריבועי המרחקים של הנקודות $(a, 0)$ ו- $(0, a)$ מהישר הוא קבוע ואיננו תלוי בשיפוע m אלא רק ב-a.

(30) הוכח ישירות שמרחק הישר $Ax+By+C=0$ מראשית הצירים הוא $\frac{|C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.