וקטורים – בגישה משולבת
שאלון 035807
חלק א

ד״ר נעמי צ׳יזיק

תשע״ז

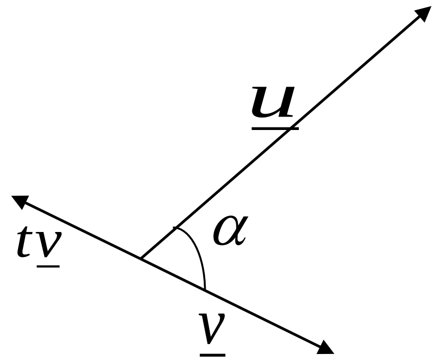
מפגש 5 נצרת עילית

$$\underline{u}\cdot t\underline{v}=t\left(\underline{u}\cdot\underline{v}\right)$$

$$t>0\Rightarrow\left|t\underline{v}\right|=t\left|\underline{v}\right|\Rightarrow\underline{u}\cdot t\underline{v}=\left|\underline{u}\right|t\left|\underline{v}\right|\cos\alpha=t\left(\underline{u}\cdot\underline{v}\right)$$

$$\left|t\underline{v}\right|=-t\left|\underline{v}\right|$$

$t<0$



$$\Rightarrow\quad t<0\quad \underline{u}\cdot t\underline{v}=\left|\underline{u}\right|\left|t\underline{v}\right|\cos(180^0-\alpha)=$$
$$\left|\underline{u}\right|(-t)\left|\underline{v}\right|(-\cos\alpha)=t\left(\underline{u}\cdot\underline{v}\right)$$

$$\underline{u}\cdot(\underline{v}+\underline{w})=\underline{u}\cdot\underline{v}+\underline{u}\cdot\underline{w}$$

ללא הוכחה

חישוב אלגברי + הוכחה :

$$\underline{u}=(u_1,u_2)\quad \underline{v}=(v_1,v_2)\quad \Rightarrow \underline{u}\cdot\underline{v}=u_1v_1+u_2v_2$$

$$\underline{u}=u_1\underline{e_x}+u_2\underline{e_y}\qquad \underline{v}=v_1\underline{e_x}+v_2\underline{e_y}$$

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=\left(u_1\underline{e_x}+u_2\underline{e_y}\right)\cdot\left(v_1\underline{e_x}+v_2\underline{e_y}\right)=....=u_1v_1+u_2v_2$$

לסיכום :

$$\underline{u}\cdot\underline{v}=|\underline{u}||\underline{v}|\cos\alpha\qquad \underline{u},\underline{v}\neq\underline{0}$$

$$\underline{u}=(u_1,u_2)\quad \underline{v}=(v_1,v_2)\quad \Rightarrow \underline{u}\cdot\underline{v}=u_1v_1+u_2v_2$$

<u>תרגילים</u>

(מתוך ספרו של קרייזמן, 28/5.13)

$ABCA_1B_1C_1$ מנסרה משולשת אשר קודקודיה הם :

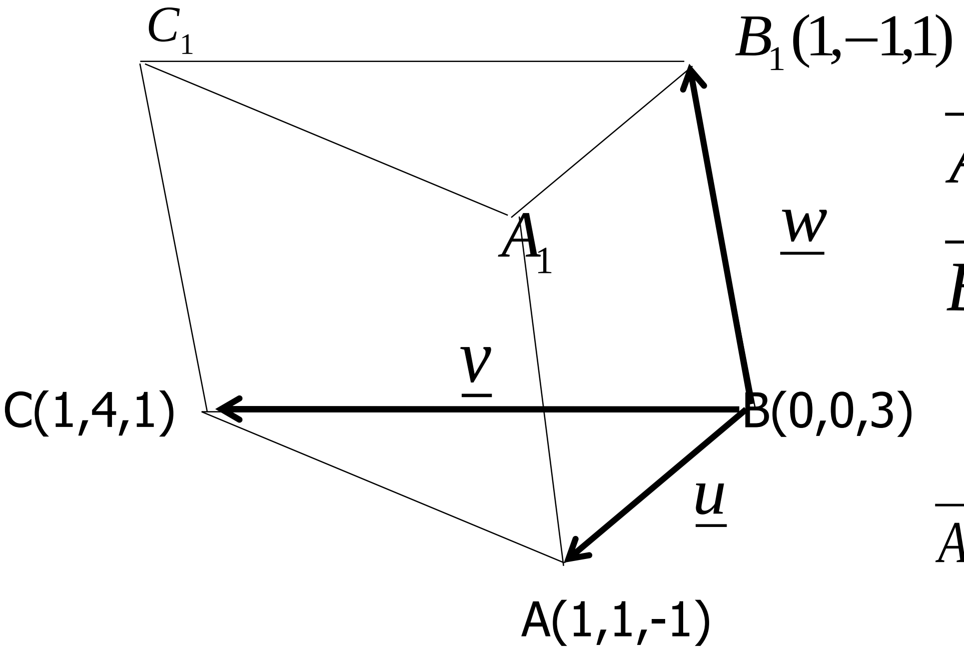
$A(1,1,-1) \quad B(0,0,3) \quad C(1,4,1) \quad B_1(1,-1,1)$

חשב את הזווית בין הוקטורים $\overrightarrow{AC_1}$ ו- $\overrightarrow{BA_1}$

$$\overrightarrow{BA} = \underline{u} = (1,1,-4)$$

$$\overrightarrow{BC} = \underline{v} = (1,4,-2)$$

$$\overrightarrow{BB_1} = \underline{w} = (1,-1,-2)$$



$$\overrightarrow{AC_1} = -\underline{u} + \underline{v} + \underline{w} = ... = (1,2,0)$$

$$\overrightarrow{BA_1} = \underline{u} + \underline{w} = ... = (2,0,-6)$$

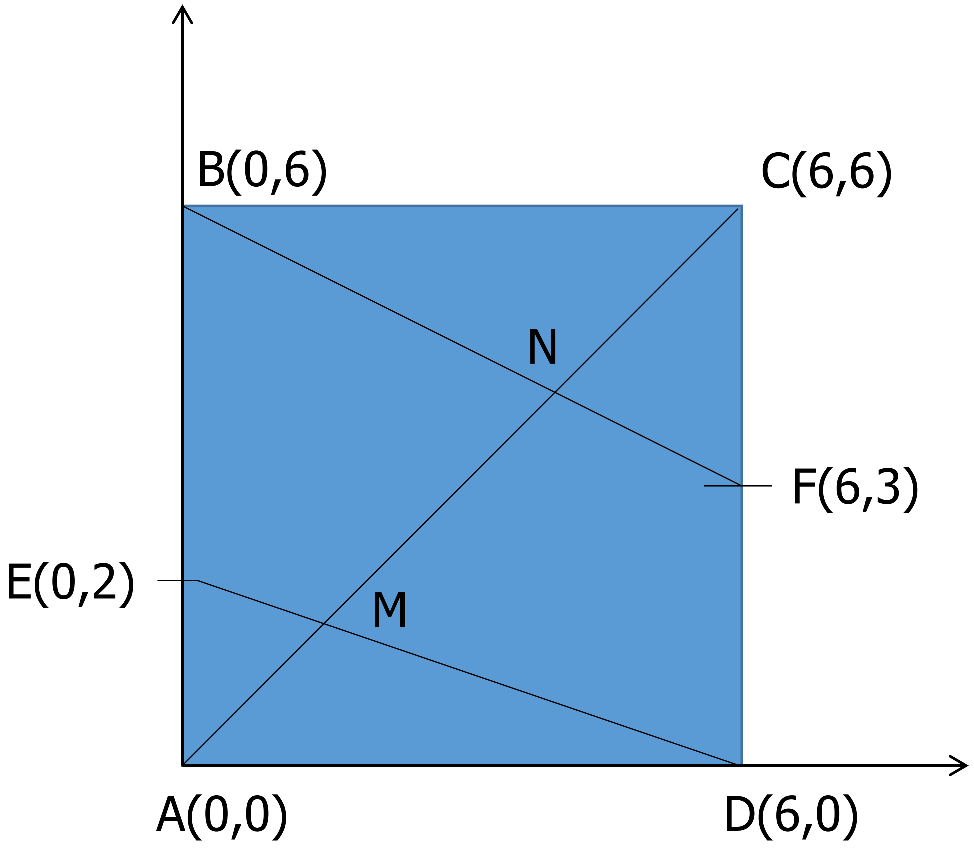
$$\overrightarrow{AC_1} \cdot \overrightarrow{BA_1} = 2 + 0 + 0 = \sqrt{1^2 + 2^2}\sqrt{2^2 + 6^2}\cos\alpha$$

$$\alpha = 81.9^o$$

(מתוך ספרו של קרייזמן, 29/5.16)

ABCD ריבוע. E מחלקת את AB ביחס $2:1$. F אמצע CD. M, N נקודות החיתוך של BF עם AC ו-ED עם AC בהתאמה.

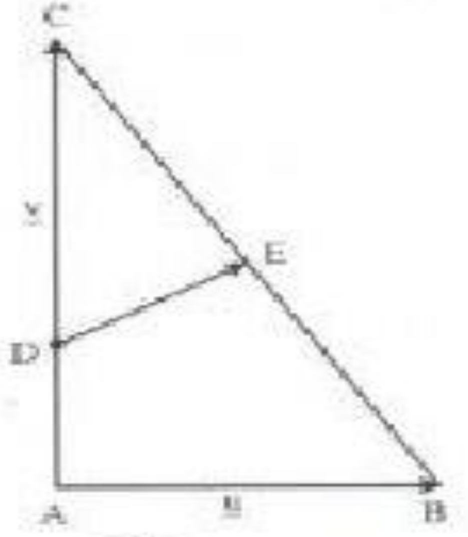
הוכיחו כי $\Delta CNF \approx \Delta AEM$



<u>תרגיל</u> **להגשה**

(רימון ועמיצור, עמ' 75)

24. במשולש ישר זווית ABC (A קודקוד הזווית הישרה).
E אמצע היתר ו D מחלקת את AC ביחס 1:2.
נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $|\underline{u}| = 2$, $|\underline{v}| = 6$.



א. מצא את אורך הוקטור $\vec{DE}$.

ב. מצא את הזוויות בין הוקטורים הבאים:

i. $\vec{BE}$ ו $\vec{BD}$

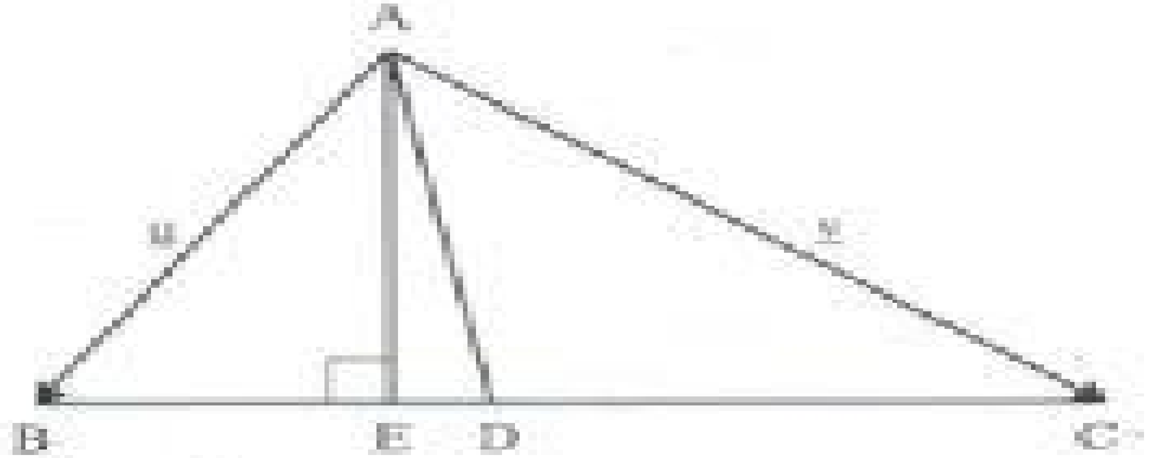
ii. $\vec{DE}$ ו $\vec{AC}$.

iii. $\vec{DE}$ ו $\vec{AE}$.

<u>תרגיל</u> (רימון ועמיצור, עמ' 75)

*25. במשולש ישר זווית ABC (A קודקוד הזווית הישרה)

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $|\underline{u}| = 1$, $|\underline{v}| = 2$.



א. הראה כי $\vec{AD} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}$

הוא וקטור חוצה הזווית A במשולש.

ב. הראה כי $\vec{AE} = \frac{4}{5}\underline{u} + \frac{1}{5}\underline{v}$

הוא וקטור הגובה מ- A.

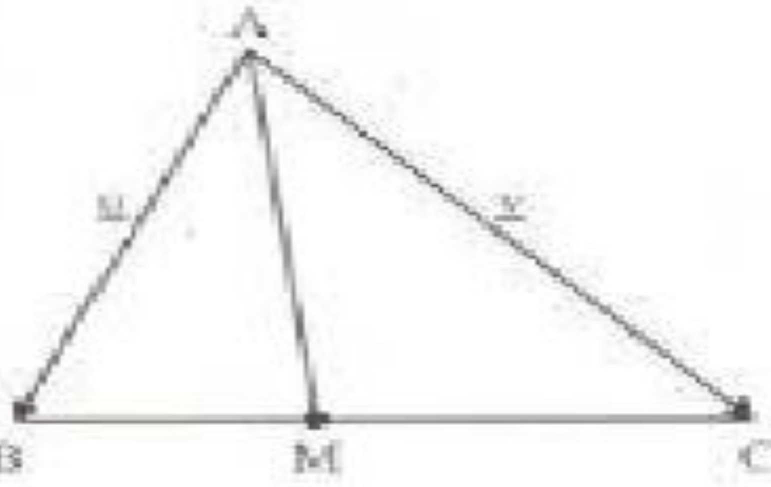
ג. מצא את אורך חוצה הזווית והגובה מ- A ואת הזווית ביניהם.

תרגיל **להגשה** (רימון ועמיצור, עמ' 75)

26#. במשולש ABC נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$

נתון: $\angle BAC = 60^\circ$, $|\underline{u}| = 6$, $|\underline{v}| = 9$.

הנקודה M מחלקת את BC ביחס 1:2.



א. הבע את $\vec{AM}$ בתלות של $\underline{u}$ ו $\underline{v}$.

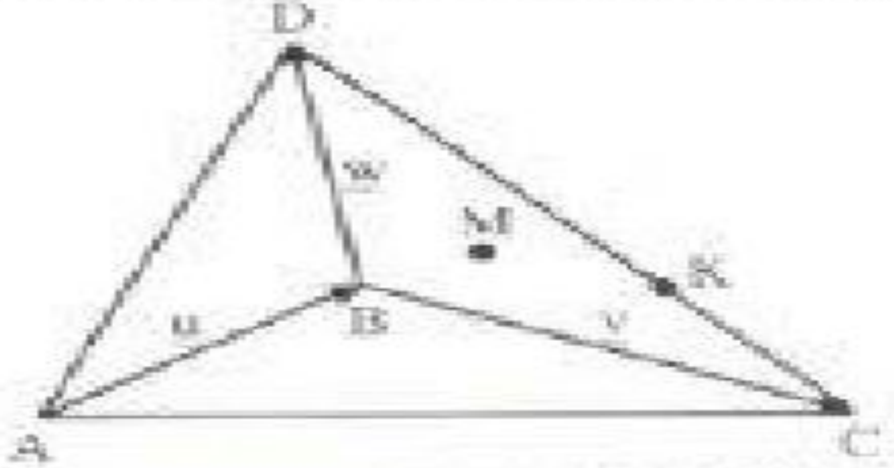
ב. מצא את אורך הווקטור $\vec{AM}$.

__תרגיל__ (רימון ועמיצור, עמ' 76)

30. בטטראדר ABCD, הנקודה K מחלקת את DC ביחס 2:1.

נסמן: $\vec{AB}=\underline{u}$, $\vec{BC}=\underline{v}$, $\vec{BD}=\underline{w}$.

$\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ ניצבים זה לזה. $|\underline{u}|=1$, $|\underline{w}|=|\underline{v}|=3$.



מצאו את הזוויות בין הוקטורים הבאים:

i. $\vec{AC}$ ו- $\vec{AD}$

ii. $\vec{BK}$ ו- $\vec{BA}$

iii. $\vec{AK}$ ו- $\vec{BD}$.

iv. הוקטור $\underline{w}+\underline{v}+2\underline{u}$ והוקטור $\vec{DC}$.

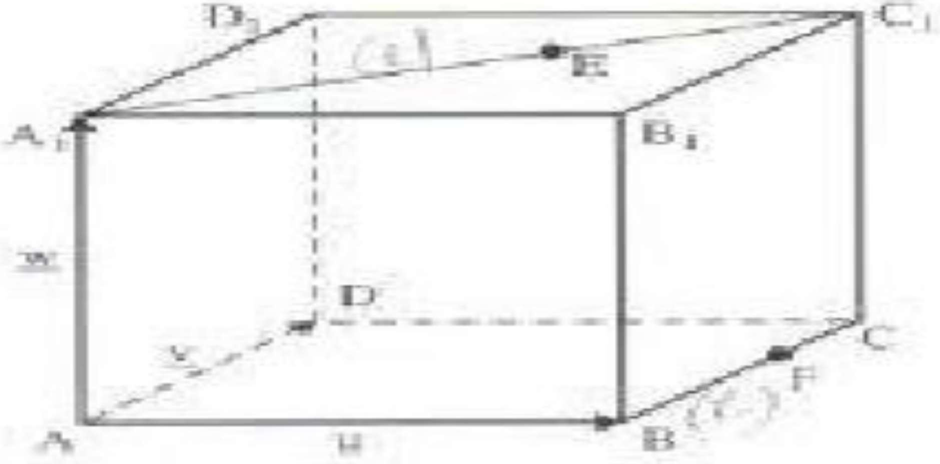
<u>תרגיל</u> (רימון ועמיצור, עמ' 78)

37. בקובייה שבציור אורך המקצוע 1.

מתקיים: $\vec{BF} = t\,\vec{BC}$, $\vec{A_1E} = t\,\vec{A_1C_1}$

(כלומר, E ו- F מחלקים את A_1C_1 ו- BC בהתאמה באותו יחס).

נסמן: $\vec{AA_1} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.



א. הבע את $\vec{EF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$, t.

ב. הוכח כי בשביל כל ערך של t $\vec{EF}$ ניצב ל $\vec{BC}$.

ג. בשביל איזה ערך של t הווקטור $\vec{EF}$ ניצב לווקטור:

i. $\vec{A_1C_1}$

ii. $\vec{AC_1}$

iii. $\vec{A_1C}$

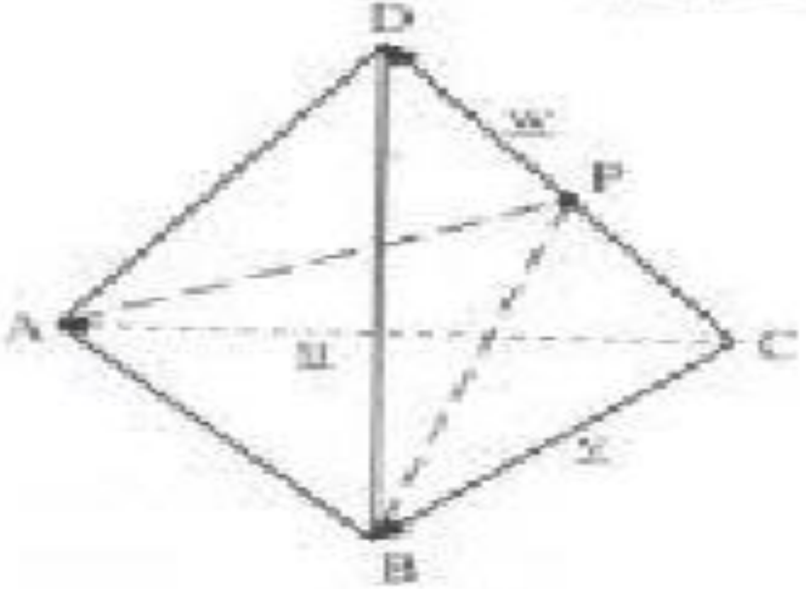
ציין בכל מקרה את מיקום הנקודות E ו F.

תרגיל (רימון ועמיצור, עמ' 78)

39. בטטראדר שבציור אורך כל מקצוע הוא 1.

נסמן: $\overrightarrow{CD} = \underline{w}$, $\overrightarrow{CB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{CA} = \underline{u}$.

הנקודה P נמצאת על המקצוע CD או על המשכו כך ש- $\overrightarrow{PC} = t\,\overrightarrow{DC}$.



א. מצא עבור איזה ערך של t $\cos \sphericalangle APB = \frac{5}{14}$

ב. הוכח, כי אין בנמצא נקודה P שבשבילה $\overrightarrow{PA} \perp \overrightarrow{PB}$.

40*. בנתוני השאלה הקודמת מצא:

א. בשביל איזה ערך של t הזווית $\sphericalangle APB$ תהיה מקסימלית.

ב. באיזו נקודה P על המקטע CD (לא על המשכו) תהיה הזווית $\sphericalangle APB$ מינימלית. מהו ערך הזווית המינימלית.

תרגיל **להגשה**

(רימון ועמיצור, עמ' 80)

50. הוכח כי $\left(\vec{CA}-\vec{CB}\right)\bullet\left(\vec{CA}+\vec{CB}\right)=0$ אם ורק אם ΔABC שווה שוקיים.
מהו המשפט הגיאומטרי שהוכחת?

- תרגיל (רימון ועמיצור, עמ' 80)

51.# הוכח כי משולש הוא שווה שוקיים אם ורק אם שני תיכונים במשולש שווים זה לזה.

ועוד:

אתגר 5 / מט״ח

http://ebagcourses.cet.ac.il/%D7%94%D7%90%D7%AA%D7%92%D7%A85/