

חשבון אינפי 1

תרגיל 11

משפט רול, משפט לגרנזי, משפט קושי, כלל לופיטל

1. הוכיחו כי לפולינום $\frac{5}{7}x^7 + x^3 + x + 10$ יש שורש ממשי אחד בלבד.

2. הוכיחו שלכל $0 < a < b$ מתקיים $\frac{b-a}{1+b} < \ln \frac{1+b}{1+a} < \frac{b-a}{1+a}$.

3. הוכיחו כי לכל $0 < x < 1$ מתקיים $\arctan x > \ln(1+x)$.

4. חשבו את הגבולות הבאים (היעזרו בכלל לופיטל):

א. $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\tan \frac{\pi}{2}x}$

ב. $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x^2)^{1/\ln x}$

ג. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \ln(1+2e^x))$

ד. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(\pi x) \ln x}{1 + \cos(\pi x)}$

ה. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^{\ln x}}{(\ln x)^x}$

ו. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \tan x}{\sqrt{1-x^2} - 1}$

בהצלחה במבחנים!!!