

10) במשולש חד זווית ABC ששטחו $\sqrt{27}$ נתון: $AB = 2$, $AC = 6$. נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.

- מצא את הזווית BAC.
- הנקודה D נמצאת על BC ומקיימת $\vec{AD} = \frac{3}{4}\underline{u} + \underline{v}$. מצא את $\angle A$. נמק.
- מצא באיזה יחס מחלקת D את BC והסבר מדוע AD הוא חוצה הזווית A.
- הראה ע"י חישוב ש- \vec{AD} יוצר זווית של 30° עם כל אחד מהווקטורים \underline{u} ו- \underline{v} .

11) במשולש ABC ששטחו $\frac{1}{2}\sqrt{75}$ נתון: $AB = 2$, $\angle A = 120^\circ$. הנקודה D מחלקת את BC ביחס של $BD:DC = 3:10$. נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.

- הבע את \vec{AD} באמצעות \underline{u} ו- \underline{v} .
- הוכח: AD הוא הגובה לצלע BC.

12) AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC. נתון: $|AB| = 6$, $|AC| = 7$, $|AD| = 5$. נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.

- הבע את \vec{AD} באמצעות \underline{u} ו- \underline{v} .
- חשב את $\underline{u} \cdot \underline{v}$. (הדרכה: ניתן לראות הדרכה בתשובה לתרגיל).
- חשב את הזווית BAC.

13) במשולש ABC נתון: $AB = 4$, $AC = 7$, $BC = 9$. נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.

- חשב את $\underline{u} \cdot \underline{v}$. (הדרכה: ניתן לראות הדרכה בתשובה לתרגיל).
- חשב את אורך התיכון לצלע BC.

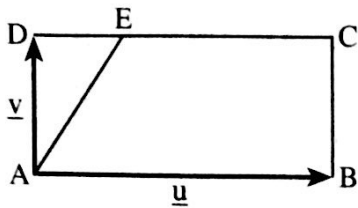
14) במשולש ABC הנקודה D מחלקת את הצלע BC ביחס של $BD:DC = 1:2$. נתון: $AB = 4$, $AC = 5$, $AD = 3$. נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.

- הבע את \vec{AD} באמצעות \underline{u} ו- \underline{v} .
- חשב את $\underline{u} \cdot \underline{v}$.
- חשב את הזווית BAC.

15) במשולש שווה שוקיים ABC ($AB = AC$) נסמן: $\vec{CB} = \underline{u}$, $\vec{AB} = \underline{v}$.

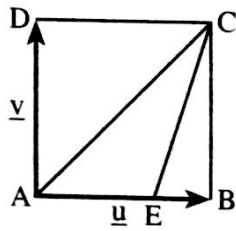
- הוכח: $2\underline{u} \cdot \underline{v} = \underline{u}^2$. (פתור גם בלי להוריד את הגובה מ-A ל-BC).
- נתון: D היא אמצע AC, $AB = 14$, $BC = 8$. חשב את $|\vec{BD}|$.

בעיות עם פרמטר t במישור – המכפלה הסקלרית



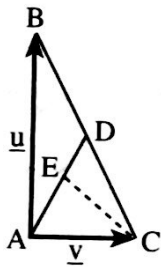
16 במלבן ABCD הנקודה E מקיימת $\vec{DE} = t\vec{DC}$.
 נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$. נתון: $AB = 4$, $AD = \sqrt{3}$.

- א. הבע את \vec{AE} ואת $|\vec{AE}|$ באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו-t.
 ב. מצא את ערכי t עבורם $|\vec{AE}| = 2$.
 ג. הסבר היכן תימצא הנקודה E עבור כל אחד מערכי t שמצאת בסעיף ב'.

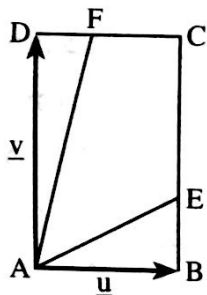


17 ABCD הוא ריבוע שזלעו 1. הנקודה E מקיימת $\vec{AE} = t\vec{AB}$.
 נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$.
 א. הבע את הווקטורים \vec{AC} ו- \vec{EC} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו-t.
 ב. חשב את ערכי t עבורם $\cos(\angle ACE) = \frac{2}{\sqrt{5}}$.
 ג. הסבר היכן תימצא הנקודה E עבור כל אחד מערכי t שמצאת.

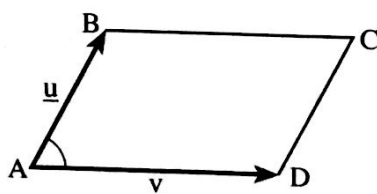
18 במשולש ישר זווית ABC ($\angle A = 90^\circ$) נתון: $AB = 4$, $AD = 1$. הווקטור \vec{AC} הוא התיכון ליתר BC. הנקודה E נמצאת על הישר AD ומקיימת $\vec{AE} = t\vec{AD}$.



- נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.
 א. הבע את \vec{EC} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו-t.
 ב. הבע את $|\vec{EC}|$ באמצעות t ומצא לאילו ערכי t מתקיים $|\vec{EC}| < \frac{13}{8}$.
 ג. מצא את ערכי t עבורם: $\cos(\angle ACE) = \frac{3}{5}$.



19 במלבן ABCD הנקודות E ו-F מקיימות בהתאמה $\vec{BE} = t\vec{BC}$ ו- $\vec{DF} = t\vec{DC}$. נתון: $AB = 1$, $AD = \sqrt{7}$.
 נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$.
 א. הבע את \vec{AE} ו- \vec{AF} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו-t.
 ב. מצא את ערכי t עבורם $2|\vec{AE}| = |\vec{AF}|$.
 ג. נסמן: $\angle EAF = \alpha$. מצא את ערכי t עבורם $\cos \alpha = \frac{3}{4}$.

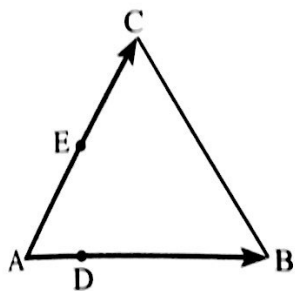


20 במקבילית ABCD ששטחה $\sqrt{27}$ והזווית B היא זווית קהה נתון: $AB = 2$, $AD = 3$.
 הנקודה E מקיימת $\vec{BE} = t\vec{BC}$.
 נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AD} = \underline{v}$.
 א. הבע את $|\vec{AE}|$ בעזרת \underline{u} , \underline{v} ו-t.
 ג. מצא את ערכי t עבורם $|\vec{AE}| = \sqrt{7}$.

- 21) AD הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC. נתון: $\angle BAC = 60^\circ$, $AC = 3$, $AB = 2$.
 נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{BD} = t\vec{BC}$.
 א. הבע את \vec{AD} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו-1.
 ב. מצא את t.
 ג. מצא את היחס שבו מחלקת הנקודה D את הצלע BC.

בעיות מינימום ומקסימום במישור – המכפלה הסקלרית

- 22) במשולש שווה צלעות ABC נתון $AB = 1$. הנקודה D מקיימת $\vec{AD} = t\vec{AB}$. הנקודה E מקיימת $\vec{EC} = 2t\vec{AC}$.
 נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$.
 א. הבע את \vec{DE} באמצעות \underline{u} , \underline{v} ו-1.
 ב. הבע את אורך \vec{DE} באמצעות t.
 ג. מצא את ערך t עבורו \vec{DE} הוא בעל אורך מינימלי.



- 23) במשולש ישר זווית ABC ($\angle A = 90^\circ$) נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$. נתון: $AB = 2$, $AC = \sqrt{27}$. הנקודה D מקיימת $\vec{BD} = t\vec{BC}$.
 א. הבע באמצעות t את אורך \vec{AD} .
 ב. חשב את ערכי t עבורם $\angle BAD = 60^\circ$ והסבר היכן נמצאת הנקודה D בכל מקרה.
 ג. מצא את t עבורו אורך \vec{AD} הוא מינימלי.

תשובות (חישובים במישור בעזרת המכפלה הסקלרית (הווקטור הגיאומטרי)):

- 1) א. $\underline{u} - \underline{v}$, $\sqrt{u^2 - 2\underline{u} \cdot \underline{v} + v^2}$. ב. $\sqrt{34}$. ג. $\frac{u^2 - \underline{u} \cdot \underline{v}}{|\underline{u}| |\underline{u} - \underline{v}|}$, 59.04° . 2) א. $\underline{u} + \underline{v}$, $\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$.
- ב. $\sqrt{u^2 + v^2}$, $\sqrt{u^2 + \frac{1}{4}v^2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{2}$. ג. $\frac{u^2 + \frac{1}{2}v^2}{\sqrt{10}}$, 18.43° . 3) א. $\frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}$. ב. 5.
- ג. 36.87° . 4) א. $\frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v}$. ב. (1) 53.13° , (2) 143.13° , (3) 171.87° . 5) א. $\frac{3}{5}\underline{u} + \frac{2}{5}\underline{v}$.
- הדרכה: היעור בתכונת חוצה הזווית במשולש ומצא תחילה את היחס שבו מחלקת הנקודה D את הצלע BC. ב. $\frac{6}{5}\sqrt{2}$. 6) א. $\frac{4}{5}\underline{u} + \frac{1}{5}\underline{v}$. 7) א. 20. ב. 7. 8) א. -4. ב. $\sqrt{3}$.
- ג. 30° . 9) א. $\frac{1}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v}$. ב. $\sqrt{19}$. ג. 36.59° . 10) א. 60° . ב. $\frac{1}{4}$. ג. $BD:DC = 1:3$.
- 11) א. $\frac{10}{13}\underline{u} + \frac{3}{13}\underline{v}$. 12) א. $\frac{1}{2}(\underline{u} + \underline{v})$. ב. 7.5. הדרכה: ניתן להיעזר בנוסחה
- $\underline{u} \cdot \underline{v} = \frac{1}{2}((\underline{u} + \underline{v})^2 - \underline{u}^2 - \underline{v}^2)$. ג. 79.71° . 13) א. -8. הדרכה: ניתן להיעזר בנוסחה
- $\underline{u} \cdot \underline{v} = \frac{1}{2}(\underline{u}^2 + \underline{v}^2 - (\underline{u} - \underline{v})^2)$. ב. 3.5. 14) א. $\frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v}$. ב. -2. ג. 95.74° . 15) א. -2.
- 16) א. $\sqrt{v^2 + t^2 u^2}$, $\underline{v} + t\underline{u}$. ב. $\pm \frac{1}{4}$. 17) א. $\underline{u} + \underline{v}$, $(1-t)\underline{u} + \underline{v}$. ב. $\frac{2}{3}$, -2.
- 18) א. $(1 - \frac{1}{2}t)\underline{v} - \frac{1}{2}t\underline{u}$. ב. $\sqrt{\frac{17}{4}t^2 - t + 1}$, $-\frac{35}{68} < t < \frac{3}{4}$. ג. $\frac{1}{2}$, -1. 19) א. $\underline{u} + t\underline{v}$.
- 20) א. $\sqrt{u^2 + 2t\underline{u} \cdot \underline{v} + t^2 v^2}$. ב. $\frac{1}{3}$, 3. ג. $\pm \frac{1}{3}$. 21) א. $(1-t)\underline{u} + t\underline{v}$. ב. $\frac{1}{7}$. ג. $BD:DC = 1:6$.
- 22) א. $(1-2t)\underline{v} - t\underline{u}$. ב. $\sqrt{7t^2 - 5t + 1}$. ג. $\frac{5}{14}$.
- 23) א. $\sqrt{31t^2 - 8t + 4}$. ב. $-\frac{2}{5}$, -2. ג. $\frac{4}{31}$.