

תרגיל 10 מדמ"ח

שאלה 1 מצאו את כל צורות ג'ורדן האפשריות עבור המטריצות A שהפולינום האופייני שלהן

והפולינום המינימאלי שלהן הם:

$$f_A(x) = (x-2)^2(x-3)^2 \quad m_A(x) = (x-2)^2(x-3)^2 \quad \text{א.}$$

$$f_A(x) = (x-7)^5 \quad m_A(x) = (x-7)^2 \quad \text{ב.}$$

$$f_A(x) = (x-2)^7 \quad m_A(x) = (x-2)^3 \quad \text{ג.}$$

$$f_A(x) = (x-3)^4(x-5)^4 \quad m_A(x) = (x-3)^2(x-5)^2 \quad \text{ד.}$$

שאלה 2 תהי $A \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$. הראו כי צורת ג'ורדן של A נקבעת באופן יחיד ע"י הפולינום האופייני והפולינום המינימאלי של A .

(הדרכה: בדקו את כל האפשרויות עבור הפולינום האופייני של A . יש סה"כ 3

אפשרויות: $f_A(x) = (x-\lambda_1)^2(x-\lambda_2)$, $f_A(x) = (x-\lambda)^3$, $f_A(x) = (x-\lambda_1)(x-\lambda_2)(x-\lambda_3)$. עבור כל אחת מהאפשרויות האלו מצאו את הפולינומים המינימאליים האפשריים ומכך הסיקו את צורת ז'ורדן).

שאלה 3 תנו דוגמא לכך שצורת ז'ורדן של מטריצה $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$ לא בהכרח נקבעת באופן יחיד ע"י הפולינום האופייני והפולינום המינימאלי של A .