

תרגיל

נתונה רשימה של זוגות $(a_1, b_1), \dots, (a_n, b_n)$, כאשר a_i מציין תאריך לידה של לטאה ו- b_i תאריך פטירה. הציעו אלגוריתם שהפלט שלו הוא המספר המקסימלי של לטאות שחיו באותו זמן.

פיתרון:

- הרעיון: נמיין את תאריכי הלידה והפטירה ביחד תוך כדי שמירה על הנתון לידה/פטירה.
- לכל זוג (a_i, b_i) מגדיר 2 זוגות מספרים: $(a_i, 1)$ מצייין לידה ו- $(1, b_i)$ מצייין פטירה.
 - נמיין לפי הקואורדינטה הראשונה ואז לפי השניה * $O(n \log n) = O(2n \log n)$ (קואורדינטה שניה - כך שעבור כל מי שמת וחי באותו יום הלידה תקדים את המיתה במערך הממוין)
 - כעת נעבור על הרשימה הממויינת לפי האלגוריתם הבא: $O(n)$

$max = 0$

$count = 0$

for each pair (x_i, y_i) in sorted list:

$count += y_i$

$m = \max(m, count)$

return m

$count$ – כמה חיים ביחד כרגע, m – הערך המקסימלי שחיו ביחד עד עכשיו

דוגמת ריצה:

הזוגות:

$(1,5), (2,3), (2,10), (3,10), (4,7)$

הזוגות החדשים ממוינים:

$(1,1) (2,1), (2,1) (3,1) (3,-1) (4,1) (5,-1) (7,-1) (10,-1) (10,-1)$

הלולאה:

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Count	1	2	3	2	3	4	5	2	1	0
Max	1	2	3	3	3	4	4	4	4	4

- הלטאות שחיו בו-זמנית הם: $(1,5), (2,10), (3,10), (4,7)$. סיבוכיות: $O(n \log n) + O(n) = O(n \log n)$

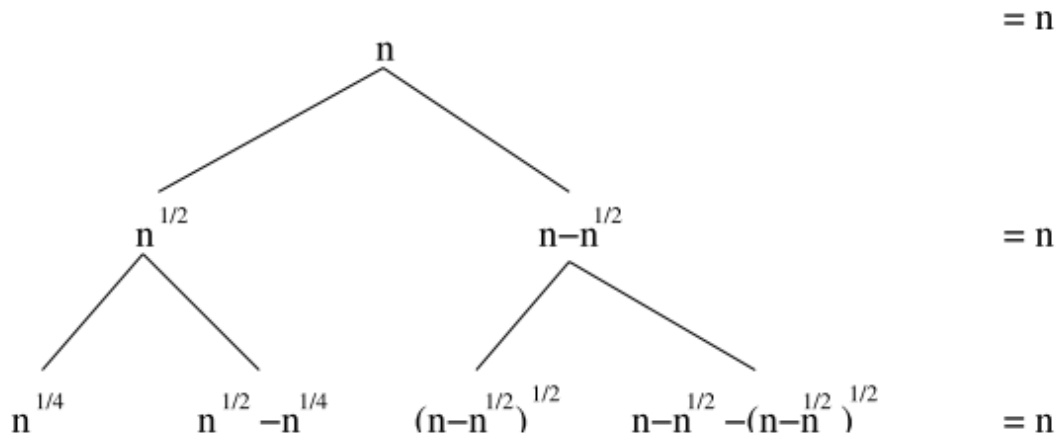
תרגיל – מודיפיקציה של quicksort

במקום שימוש של במקום שימוש של $A[n]$ כ-pivot, יש לקחת את $2\sqrt{n} + 1$ האיברים האחרונים של הקריאה לתת מערך של A , לסדר אותם ב-bubble sort ואז להשתמש באיבר האמצעי כ-Pivot. הניחו כי יש לפחות \sqrt{n} איברים לאחר partitioning וכי אין איברים חוזרים.

(א) כתבו ביטוי רקורסיבי לזמן הריצה הגרוע ביותר.

לאחר חלוקה יש לפחות \sqrt{n} איברים בתת מערך. במקרה הגרוע ביותר נותרו $n - \sqrt{n}$ בתת המערך השני. יש לסדר את $2\sqrt{n} + 1$ האיברים. $\theta(n) = \theta((2\sqrt{n} + 1)^2)$. מציאת החציון $\theta(1)$. החלוקה לשני תת מערכים היא $\theta(n)$. סך הכל $T(n) = T(\sqrt{n}) + T(n - \sqrt{n}) + \theta(n)$.

(ב) ציירו את עץ הרקורסיה



ג) מה הגובה של הענף הארוך ביותר (מרחק בין השורש לעלה)?
 השתמשו בקירוב $\sqrt{n} - \sqrt{n} \sim \sqrt{n} - \frac{1}{2}$.

הענף השמאלי ביותר הוא הקצר ביותר. אורכו מקיים $T\left(\frac{1}{2^i}\right) \leq 2 \rightarrow i \geq \log(\log(n))$. בענף הימני ביותר, שהוא הארוך ביותר, בפעם הראשונה אנו קוראים ל- $T(n - \sqrt{n})$. בפעם השנייה נקרא ל-

$$T\left(n - \sqrt{n} - \sqrt{n - \sqrt{n}}\right) \sim T\left(n - \sqrt{n} - \sqrt{n} - \frac{1}{2}\right) \sim T(n - 2\sqrt{n})$$

בפעם ה- i : $T \sim T(n - i\sqrt{n})$

אשר יהיה $T(1)$ עבור $i = \sqrt{n}$ בקירוב.

ד) השתמשו בסעיפים ב' ו-ג' על מנת לתת חסם לסיבוכיות האלגוריתם.

בכל רמה בעץ יש n פעולות, ואורך הענף הארוך ביותר הוא בקירוב \sqrt{n} , לכן $T(n) = O(n^{3/2})$