

מתמטיקה בדידה (88195) – בחינת סיום (מועד א') פרופ' רון עדין

משך הבחינה: שלוש שעות.
אין להשתמש בשום חומר עזר, כולל מחשבון.
יש לענות על כל 5 השאלות, כל אחת בעמוד נפרד. כל השאלות שוות-משקל.
ניתן לסמן עמודים שלמים כ"טייטה".
נא להסביר ולנמק היטב את כל הפתרונות.

בהצלחה!

1. א. הגדירו: גרף קשיר, מעגל, מעגל אוילר.
ב. נסחו והוכיחו תנאי הכרחי ומספיק לקיום מעגל אוילר בגרף קשיר.
ג. הוכיחו: בגרף השלם K_n יש מעגל אוילר אם ורק אם n אי-זוגי.
2. א. רשמו את הקשר \forall ע"י שימוש בקשרים \neg, \rightarrow בלבד.
ב. הוכיחו שאפשר לקבל כל טבלת אמת (בכל מספר משתנים) ע"י שימוש בקשרים \neg, \rightarrow בלבד.
ג. הוכיחו שאי אפשר לעשות זאת ע"י שימוש בקשרים $\neg, \rightarrow, \wedge, \vee$ בלבד.
3. א. הגדירו: שוויון עוצמות, אי-שוויון עוצמות (קטן או שווה, קטן ממש).
ב. הוכיחו: עוצמת קבוצת המספרים הטבעיים שווה לעוצמת קבוצת המספרים השלמים.
ג. הוכיחו: עוצמת קבוצת המספרים הטבעיים קטנה ממש מעוצמת קבוצת המספרים הממשיים.
4. תהי $P = \{1, 2, 3\} \times \{4, 5\}$, ונגדיר יחס R על P ע"י:
$$((a, b), (c, d)) \in R \Leftrightarrow (a \leq c) \wedge (b \leq d)$$

כאשר \leq הוא הסדר הרגיל על המספרים הטבעיים.

א. הוכיחו: R הוא יחס סדר חלקי על P .
ב. רשמו דיאגרמת הסה של היחס R .
ג. רשמו את כל השרשראות המקסימליות ב- P (לפי R).
ד. רשמו דיאגרמת הסה של יחס סדר קווי (לינארי) R' על P כך ש- $R \subseteq R'$ וגם $((2, 4), (1, 5)), ((1, 5), (3, 4)) \in R'$
5. א. הגדירו: הפרש, הפרש סימטרי (של קבוצות).
ב. הוכיחו: אם A, B, C קבוצות אז $A \setminus (B \setminus C) \subseteq (A \setminus B) \cup C$.
ג. תנו דוגמה שבה לא מתקיים שוויון בסעיף ב'.