

תרגול כיתה סדרה הנדסית וכללית

מתמטיקה, קיץ תשע"ז, מועד ב, מס' 035806, 316 + נספח - 3 -

2. נתונה סדרה כללית a_n .
- נסמן ב- S_n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n .
- נתון: $S_n = k - \frac{1}{3^{n+1}}$ לכל n טבעי. k הוא מספר קבוע.
- א. הבע את a_1 ואת האיבר הכללי a_n עבור $n > 1$ באמצעות n ו- k במידת הצורך.
- ב. מצא את k שעבורו הסדרה a_n היא סדרה הנדסית. נמק.
- גדיר: $T = a_2^2 + a_5^2 + a_8^2 + \dots$ (סכום ריבועי כל איבר שלישי בסדרה a_n החל ב- a_2).
- ג. חשב את T .

מתמטיקה, קיץ תשע"ז, מס' 035806, 316 + נספח

3.

- נתונה הסדרה $a_n = \frac{(2^n + 1)(2^n - 1)}{2^n}$.
- b_n ו- c_n הן סדרות הנדסיות שכל איבריהן חיוביים, המקיימות לכל n טבעי: $a_n = b_n - c_n$.
- נתון: $b_6 = 64$, $c_3 = \frac{1}{8}$.
- א. (1) מצא את b_1 ואת המנה של הסדרה b_n .
- (2) מצא את c_1 ואת המנה של הסדרה c_n .
- את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n נסמן ב- A_n ,
- את סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n נסמן ב- B_n ,
- ואת סכום n האיברים הראשונים בסדרה c_n נסמן ב- C_n .
- ב. הראה ש- $C_n = B_n - A_n$.
- ג. עבור אילו ערכי n מתקיים האי-שוויון: $0.9 < B_n - A_n < 1$?

4.

נתונה סדרה a_n המקיימת את כלל הנסיגה: $a_1 = -1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{4 \cdot a_n + 3}$

נגדיר סדרה חדשה b_n : $b_n = \frac{1}{a_n} + 2$

א. הוכח כי b_n היא סדרה הנדסית.

ב. הבע באמצעות n את הסכום: $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}$

ג. נתון: n הוא מספר זוגי.

הבע באמצעות n את הסכום: $\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} - \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_{n-1}} - \frac{1}{a_n}$

5.

נתונה סדרה הנדסית עולה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

ההפרש בין האיבר הרביעי בסדרה לאיבר השלישי גדול פי 4

מההפרש בין האיבר השני לאיבר הראשון.

האיבר השישי בסדרה גדול ב-31 מהאיבר הראשון.

א. מצא את מנת הסדרה, ואת האיבר הראשון בסדרה.

ב. מהסדרה הנתונה בנו שתי סדרות חדשות, I ו-II:

I. $a_1 \cdot a_2, a_2 \cdot a_3, a_3 \cdot a_4, \dots, a_n \cdot a_{n+1}, a_{n+1} \cdot a_{n+2}$

II. $\frac{a_2}{a_1} + \frac{a_3}{a_2}, \frac{a_3}{a_2} + \frac{a_4}{a_3}, \frac{a_4}{a_3} + \frac{a_5}{a_4}, \dots, \frac{a_{n+1}}{a_n} + \frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}$

(1) האם כל אחת מהסדרות החדשות היא סדרה הנדסית עולה? נמק.

הסכום של כל האיברים בסדרה I הוא 2730.

(2) מצא את מספר האיברים בסדרה I.

(3) מצא את הסכום של כל האיברים בסדרה II.