

**בחינה סופית בחשבון אינפיניטסימלי 2 מדמ"ח – 89-133**

**מועד א' תשע"ז**

מרצה: ד"ר יונתן בק, ד"ר שמעון ברוקס

משך הבחינה: 3 שעות

חומר עזר: מחשבון

**ענו על כל השאלות**

1. הראו שמתקיים הגבול

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} \right\} = \ln(2)$$

2. חשב את האינטגרלים הלא-מסויימים הבאים:

(א)

$$\int (x+2) \cdot \sin(x^2 + 4x - 6) dx$$

(ב)

$$\int (x+2) \cdot \sin(x) dx$$

3. לכל אחד מהאינטגרלים הבאים, קבע האם האינטגרל מתכנס או מתבדר:

(א)

$$\int_1^{\infty} e^{-x} \ln(x) dx$$

(ב)

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{e^x \ln(x)} dx$$

4.

(א) מצאו תחום התכנסות של הטור

$$\sum_{k=0}^{\infty} x^k (1-x)$$

(ב) האם הטור מתכנס במידה שווה על הקטע  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ ?

5. תהי  $f(x)$  פונקציה (של משתנה אחד) גזירה פעמיים ברציפות. נגדיר פונקציה של שני משתנים

$$g(x, y) = f(x) + \frac{1}{2}y^2$$

(א) הראה שכל נקודה קריטית של  $g$  ב- $\mathbb{R}^2$  היא מהצורה  $(x_0, 0)$  כאשר  $x_0$  היא נקודה קריטית של  $f$  ב- $\mathbb{R}$ .

(ב) מייך את הנקודות הקריטיות של  $g$  ב- $\mathbb{R}^2$  בשני המקרים הבאים:

i. כאשר הנקודה הקריטית המקבילה של  $f$  היא מקסימום מקומי

ii. כאשר הנקודה הקריטית המקבילה של  $f$  היא מינימום מקומי

6. מצאו מקסימום ומינימום מוחלטים של הפונקציה

$$f(x, y) = x^2 - y^2$$

בתחום האליפסה

$$4x^2 + y^2 \leq 1$$

7. חשבו את האינטגרל הכפול

$$\iint_D xy^2 dx dy$$

כאשר  $D$  הוא התחום בין הקו  $y = x$  לבין העקומה  $y = x^2$ .

**בהצלחה רבה!**