

תרגיל בית מספר 1

תאריך ההגשה: בשבוע של 27/10/13

1. הוכיחו את התכונות הבאות של המספרים המרוכבים z, z_1, z_2 :
 - א. $\operatorname{Re}(z_1 + z_2) = \operatorname{Re}(z_1) + \operatorname{Re}(z_2)$, וכנ"ל עבור Im .
 - ב. זהות המקבילית: $|z_1 - z_2|^2 + |z_1 + z_2|^2 = 2(|z_1|^2 + |z_2|^2)$. מהי המשמעות הגיאומטרית?
2. פתרו את המשוואה: $z^4 + 2 + 2\sqrt{3} \cdot i = 0$
3. חשבו את הביטוי: $\frac{(1+i)^{n+2}}{(1-i)^n}$
4. מצאו n, m שלמים כך שמתקיים: $z^3 = 2 + 11i$ (רמז: היעזרו בנתון ש- $z = n + mi$ שלמים)
5. יהא $n \geq 2$ טבעי, ויהא P אוסף שורשי היחידה מסדר n .
 - א. הוכיחו שקיים $z \in P$ (כלומר קיים שורש יחידה) כך ש- $P = \{1, z, z^2, \dots, z^{n-1}\}$
 - ב. הראו שסכום איברי P הוא אפס. (רמז: סדרה הנדסית)[תזכורת: $z \in \mathbb{C}$ הוא שורש יחידה מסדר n אם $z^n = 1$]
6. תהא נתונה המשוואה $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_0 = 0$ וידוע כי a_i ממשיים לכל $0 \leq i \leq n$. הוכיחו שאם z הוא פתרון של המשוואה, אזי גם \bar{z} (הצמוד המרוכב) הוא פתרון שלה.
7. הוכיחו את הזהות: $\sin(3\theta) = 3\cos^2 \theta \sin \theta - \sin^3 \theta$ (בשימוש משפט דה-מואבר).

בהצלחה!