

קורס: 83-211-01
מרצה: ש. הורוביץ
כ"ג אדר תשס"ט

מבחן בפונקציות מרוכבות מועד ב

ענו על כל השאלות הבאות. ניקוד כל שאלה 18 נקודות.
כל חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט.
משך הבחינה שעתיים.

1. נגדיר $f(z) = z^4 - 2 + 2i$. מצאו את כל האפסים של $f(z)$ ב- \mathbb{C} וקבעו את הסדר של כל אפס. הצדיקו את תשובתכם.
2. נניח ש- $f(z)$ אנליטית בעיגול $|z| < R$, ונניח שלכל z בעיגול זה $\text{Im } f(z) = 0$ הוכיחו כי $f(z)$ היא פונקציה קבועה.

3. חשבו בעזרת משפט השארית: $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 3\theta}{5 - 4\cos 2\theta} dx$

4. חשבו $\int_{|z|=2} \frac{\bar{z} + z^2}{z + 3} dz$ (כאשר המסילה מכוונת נגד כיוון השעון)

5. מצאו טור לורן לפונקציה $f(z) = \frac{z}{(z-2)^2(z+1)}$ בתחום $1 < |z| < 2$.

6. כמה אפסים, כולל ריבוי, יש לפונקציה $3z^6 - e^z$ בעיגול היחידה $|z| < 1$? הצדיקו את תשובתכם.

בהצלחה!

