

קורס: 83-211-01
מרצה: ש. הורוביץ
כ"ג שבט תש"ע

מבחן בפונקציות מרוכבות מועד א

ענו על כל השאלות הבאות. ניקוד כל שאלה 22 נקודות.
כל חומר עזר אסור פרט למחשבון פשוט.
משך הבחינה שעתיים.

1. מצאו את כל המספרים z ב- \mathbb{C} כך ש- $\frac{z^3+1}{z^3-1} = -i$.

2. נגדיר $f(z) = f(x+iy) = x^2(1+i) + y^2(1-i)$.
א. באילו נקודות $f'(z)$ קיימת?
ב. באילו נקודות $f(z)$ אנליטית? (ז.א. שיש להן סביבה שלימה שבה f גזירה).

3. חשבו: $\int_{\gamma} (z+\bar{z})(z-\bar{z}) dz$ כאשר γ משולש בעל קדקדים ב- $0, 1$ ו- i מתואר נגד כיוון השעון.

4. נגדיר $g(z) = \frac{3}{(5-z)(z-2)^4} - 1$.
א. מצאו את טור לורן של $g(z)$ סביב $z_0 = 2$.
ב. קבעו באיזה תחום פתוח (בלי שפה) הטור שבסעיף א' מתכנס.
ג. חשבו $\oint_{|z|=3} g(z) dz$.

5. חשבו את האינטגרל $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \cos 3x}{(x^2+4x+8)} dx$ והצדיקו את תשובתכם.

בהצלחה!