

## גרעיון 12

שאלה 1: הוכיחו כי:

זכר  $1 \leq p < \infty$ ,  $(X, \mathcal{L}, \mu)$  מתקיים: כל סדרה מתכנסת ב  $L^p(\mu)$  מכילה א סדרה שמתכנסת נקודתית כמעט בהט מקום-א.

שאלה 2

נשח כי  $H$  הינו מרחב הילברט עם בסיס בן מנייה:  $B$

ונשח כי  $\|x_n\| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \|x\|$

ואם  $y \in B$  אז  $\langle x_n, y \rangle \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \langle x, y \rangle$

הוכיחו כי  $\|x_n - x\| \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$ .

שאלה 3

נשח כי  $(a_n)_n$  הינו סדרה של מספרים ממשיים  $\varphi$  יש:

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n < \infty$  זכר  $(b_n)_n \in \ell^2$ .

הוכיחו כי:  $(a_n)_n \in \ell^2$

שאלה 4

הראו שהפונקציה  $F: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  זכר  $F$  נמצא אותה

$$F(y) = \int_0^{\infty} \frac{e^{-xy} - e^{-x}}{x} dx$$

כאשר: