

**תרגול כיתה 6 – מבוא להסתברות וסטטיסטיקה**  
**התפלגויות בדידות מיוחדות**

**נוסחאות:**

**התפלגות בינומית**  $X \sim Bin(n, p)$

$$P(X = k) = \binom{n}{k} P^k (1 - P)^{n-k}$$

מ"מ  $X$  – סופר מספר ההצלחות ב-  $n$  ניסויי ברנולי (0 או 1). כאשר ההסתברות להצלחה בניסוי בודד היא  $p$ .  
 $P(X = k)$  – ההסתברות ל-  $k$  הצלחות מתוך  $n$ . ( $k = 0, \dots, n$ )  
 התוחלת והשונות:  $E(X) = n \cdot p$        $V(X) = n \cdot p \cdot (1 - p)$

**התפלגות גיאומטרית**  $X \sim Geo(p)$

$$P(X = k) = (1 - P)^{k-1} \cdot P \quad k = 1, \dots, n$$

מ"מ  $X$  – סופר את מספר הנסיונות עד להצלחה הראשונה (כולל ההצלחה הראשונה).

$$E(X) = \frac{1}{p} \quad V(X) = \frac{1-p}{p^2}$$

**הערה:** להתפלגות גיאומטרית יש תכונת "חוסר זיכרון" ומתקיים  
 $P(X = s + t | X = t) = P(X = s)$  לכל  $s, t \geq 0$ .

**התפלגות פואסון**  $X \sim Poi(\lambda)$

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

התוחלת והשונות:  $E(X) = V(X) = \lambda$

**התפלגות בינומית שלילית**  $X \sim NB(r, p)$

מ"מ  $X$  מייצג את מספר הניסויים שיש לבצע על מנת לקבל בדיוק  $r$  הצלחות.

$$P(X = k) = \binom{k-1}{r-1} p^r (1-p)^{k-r}, \quad k = r, r+1, \dots$$

$$E(X) = \frac{r}{p} \quad V(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

**התפלגות היפר-גיאומטרית**  $X \sim HG(m, N, n)$

$$P(X = k) = \frac{\binom{m}{k} \binom{N-m}{n-k}}{\binom{N}{n}} \quad k = 0, 1, \dots, n$$

בוחרים באקראי מדגם מגודל  $n$ , מתוך כד המכיל  $N$  כדורים –  $m$  לבנים ו-  $N - m$  שחורים.  
 מ"מ  $X$  = מספר הכדורים הלבנים שנבחרו.

$$E(X) = \frac{nm}{N} \quad V(X) = \frac{N-n}{N-1} np(1-p)$$

שאלה 1

רן ושי זורקים לסל כדורים לסירוגין. רן קולע בכל נסיון בסיכוי 0.7 ושי בהסתברות 0.4. רן מתחיל. מה ההסתברות ששתי הקליעות הראשונות תהיינה רצופות?

שאלה 2

מחלקת צנחנים הכוללת 20 חיילים וקצין יוצאת למסע. הסיכוי של חייל לסיים הוא 0.8, בעוד שהקצין יסיים בביטחון מלא. הראשון שמגיע לקו הסיום מכין קפה לכל השאר. בהנחה שמתוך המסיימים לכל אחד יש סיכוי שווה להגיע ראשון, מהו הסיכוי שהקצין יכין את הקפה?

שאלה 3

בכד  $n$  כדורים לבנים. מגרילים מהכד מספר כדורים, לפי התפלגות בינומית  $Bin(n, p)$ , וצובעים אותם.  
 א. מוציאים כדור מן הכד. מה הסיכוי שהוא צבוע?  
 ב. בלי להחזיר את הכדור הראשון, מוציאים כדור שני. מה הסיכוי שהוא צבוע?

שאלה 4

עודד מקבל דמי כיס פעם בחודש ואז מחליט אם לקנות לעצמו ספר חדש או לא. ההסתברות שעודד יקנה ספר חדש היא 0.6. נניח שבהתחלה לא היה לעודד אף ספר.  
 א) מהי ההסתברות שאחרי 10 חודשים, יש לעודד 6 ספרים?  
 ב) מה ההסתברות שלעודד יהיו 4 ספרים בדיוק לאחר ששה חודשים?

שאלה 5

ידוע שמספר הרכבים הנכנסים לצומת מתפלג פואסון עם  $\lambda = 5$  לדקה. מה ההסתברות ש-  
 א) בין 10:00 ל- 10:01 לא ייכנס אף רכב?  
 ב) בדקה מסויימת ייכנסו לפחות 3 רכבים?  
 ג) בין 11:00 ל- 11:05 ייכנסו 20 רכבים?  
 ד) בהינתן שבמשך חצי דקה נכנסו 4 רכבים, מה ההסתברות שבמהלך כל אותה הדקה הבאה ייכנסו 6 רכבים סה"כ?

שאלה 6

במפעל ממתקים נארזות סוכריות אדומות וירוקות בהסתברות שווה, בשקיות אטומות של 10 סוכריות בחבילה. נתון שב- 20% מהחבילות נארזות 8 סוכריות אדומות וב- 80% מהחבילות נארזות 6 סוכריות אדומות. במיכל גדול בחנות מפוזרות הרבה חבילות סוכריות מהסוג הנ"ל. קונה בחנות מחליט לרכוש חבילות סוכריות באופן הבא:  
 הוא בוחר חבילה באקראי מהמיכל, פותח אותה ושולף באקראי 4 סוכריות ללא החזרה מהחבילה. אם רוב הסוכריות ששלף אדומות הוא קונה את החבילה.  
 איזה אחוז מהחבילות במיכל הוא יקנה?