

אנליזה 1 תרגיל 3

1. מצאו את הגבול של הסדרות הבאות :

$$a_n = \sqrt{3n^2 + 1} - \sqrt{5n} \quad (\text{א})$$

$$a_n = \sqrt{\frac{5n^3 - 1}{-n^2 + 5n^3}} \quad (\text{ב})$$

$$a_n = \frac{4^{2n}}{5^{n-1} + 5 \cdot 8^n} \quad (\text{ג})$$

$$a_n = \frac{1}{n} \left[\left(3 + \frac{1}{n}\right)^2 + \left(3 + \frac{2}{n}\right)^2 + \cdots + \left(3 + \frac{n}{n}\right)^2 \right] \quad (\text{ד})$$

ניתן להיעזר בזהויות:

$$1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$1^2 + 2^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

2. תהא סדרה שאינה מתכנסת ו a_n סדרה שמתכנסת לגבול $L \neq 0$. הוכיחו כי הסדרה $a_n b_n$ אינה מתכנסת.

3. תהיינה סדרות a_n, b_n כך ש $a_n \rightarrow \infty$ ו $a_n + b_n$ סדרה חסומה. הוכיחו $\frac{b_n}{a_n} \rightarrow -1$.