

X נ"ח \in $[0, 1]$ פונקציה

תוצאה $\sqrt{9}$

$$f_X(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

a, b קבועים

נתון: $E[X] = 0.6$ ו- $P(X \leq \frac{1}{2}) = 0.25$

$$P(X \leq \frac{1}{2}) = 0.25$$

נמצא a ו- b כך ש-

$\int_0^1 (ax^2 + bx) dx = 1$ ו- $\int_0^1 x(ax^2 + bx) dx = 0.6$

$$\int_0^1 (ax^2 + bx) dx = 1$$

$$1 = \int_0^1 (ax^2 + bx) dx = \left[\frac{ax^3}{3} + \frac{bx^2}{2} \right]_0^1 = \frac{a}{3} + \frac{b}{2}$$

נמצא $E[X] = 0.6$

$$0.6 = \int_0^1 x(ax^2 + bx) dx = \int_0^1 (ax^3 + bx^2) dx = \left[\frac{ax^4}{4} + \frac{bx^3}{3} \right]_0^1 = \frac{a}{4} + \frac{b}{3}$$

$b = 3.6$ $a = -2.4$ (כך)

$$\Rightarrow P(X \leq \frac{1}{2}) = \int_0^{\frac{1}{2}} (-2.4x^2 + 3.6x) dx = \left[-\frac{2.4x^3}{3} + \frac{3.6x^2}{2} \right]_0^{0.5} = \dots = 0.25$$

3

הסתברות

$$V[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 f_X(x) dx - (E[X])^2 =$$

$$= \int_0^1 (-2.4x^4 + 3.6x^3) dx - 0.6^2 =$$

$$= [-0.48x^5 + 0.9x^4] \Big|_0^1 - 0.36 = \boxed{0.06}$$

(שיעור 12)

הסתברות

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{4} & 1 \leq x \leq 2 \\ kx & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

X היא משתנה אקראי

$P(X > 2.5)$

$$1 = \int_1^2 \frac{x^2}{4} dx + \int_2^3 kx dx = \frac{x^3}{12} \Big|_1^2 + \frac{kx^2}{2} \Big|_2^3 =$$

$$= \frac{8}{12} - \frac{1}{12} + \frac{9k}{2} - 2k \Rightarrow \frac{5}{12} = \frac{5}{2}k$$

$$\Rightarrow \boxed{k = \frac{1}{6}}$$

$$1 \leq t \leq 2$$

7/26

102

$$F_X(t) = \int_1^t \frac{x^2}{4} dx = \frac{x^3}{12} \Big|_1^t = \frac{t^3 - 1}{12}$$

$$2 \leq t \leq 3$$

7/26

$$F_X(t) = \int_1^2 \frac{x^2}{4} dx + \int_2^t \frac{x}{6} dx = \frac{x^3}{12} \Big|_1^2 + \frac{x^2}{12} \Big|_2^t =$$

$$= \frac{8-1}{12} + \frac{t^2}{12} - \frac{4}{12} = \frac{t^2 + 3}{12}$$

$$\Rightarrow F_X(t) = \begin{cases} 0 & t < 1 \\ \frac{t^3 - 1}{12} & 1 \leq t \leq 2 \\ \frac{t^2 + 3}{12} & 2 \leq t \leq 3 \\ 1 & t > 3 \end{cases}$$

$$P(X > 2.5) = 1 - P(X \leq 2.5)$$

$$= 1 - F_X(2.5) = 1 - \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2 + 3}{12} = 1 - \frac{37}{48} = \frac{11}{48}$$

$$\approx 0.229$$

4

התפלגות רציפה מיוחדת

התפלגות אחידה רציפה

מרחב המדדים: \mathbb{R}
נקודה בקרוני: a, b
מתוך הקטע



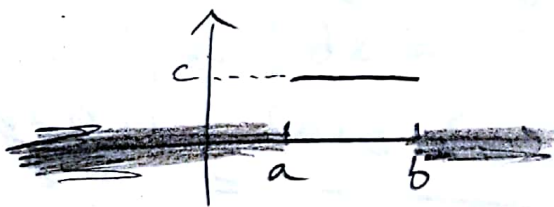
המתח: $[a, b]$

אפשרות אחרת x

כאשר אין עקבות - כסביבה של x
פונקציית הצפיפות קהיה

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

הסבר: ניהול צפיפות קבועה $\frac{1}{b-a}$ על הקטע $[a, b]$



$$f_x(x) = \begin{cases} c & a \leq x \leq b \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

מהקבוצה כי $\int_{-\infty}^{\infty} f_x(x) dx = 1$ נקבל כי:

$$\int_a^b c dx = 1 \implies c \cdot x \Big|_a^b = c \cdot (b-a) = 1$$

$$\boxed{c = \frac{1}{b-a}}$$

$$X \sim U_c[a, b]$$

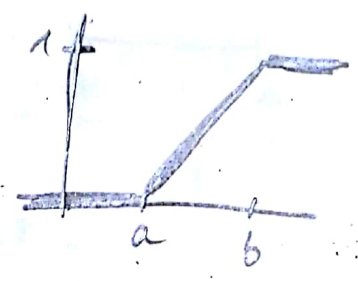
כי)

($U_d(a, b)$ מוגדרת בקורס)

התפלגות אחידה

$$F_x(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^t \frac{1}{b-a} dx$$

$$= \begin{cases} 0 & t \leq a \\ \frac{t-a}{b-a} & a \leq t \leq b \\ 1 & b \leq t \end{cases}$$



$$E[X] = \frac{a+b}{2}$$

התוחלת

$$E[X] = \int_a^b x \cdot \frac{1}{b-a} dx = \frac{1}{b-a} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_a^b$$

p.e

$$= \frac{1}{b-a} \cdot \frac{b^2 - a^2}{2} = \frac{(b-a)(b+a)}{(b-a) \cdot 2} = \frac{a+b}{2}$$

$$V[X] = \frac{(b-a)^2}{12}$$

הסטייה

$$V[X] = \int_a^b x^2 \cdot \frac{1}{b-a} dx - \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 =$$

הסטייה

$$= \frac{1}{b-a} \cdot \frac{x^3}{3} \Big|_a^b - \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} = \frac{b^3 - a^3}{3(b-a)} - \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} \\ = \frac{(b-a)(b^2 + ba + a^2)}{(b-a) \cdot 3} - \frac{a^2 + 2ab + b^2}{4} = \frac{b^2 - 2ab + a^2}{12} = \frac{(b-a)^2}{12}$$

תרגיל: (מאד)
 משק ההפסקה בשיעור (בסקור) הנו משתנה מקרי רציף
 $X \sim U_c(13, 16)$, האופן אחיד,
 (5)

- א. מהי התוחלת ומהי סטיית התקן של משק ההפסקה?
- ב. מהי ההסתברות שבסקה תמשך יותר מ-15 שניות?
- ג. מהי ההסתברות שמשק ההפסקה יסלח מהתוחלת בפחות מפקה?

פתרון: א. פונ' הצפייה של X היא:

$$f_x(x) = \begin{cases} \frac{1}{3} & 13 \leq x \leq 16 \\ 0 & \text{אחר} \end{cases}$$

בדיקת התאמה:

$$E[X] = \int_{13}^{16} x \cdot \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_{13}^{16} = \frac{16^2 - 13^2}{6} = 14\frac{1}{2}$$

כלי הנוסחה

$$E[X] = \frac{13+16}{2} = \frac{29}{2} = 14\frac{1}{2}$$

$$\sigma[X] = \sqrt{V[X]} = \sqrt{\frac{(16-13)^2}{12}} = \sqrt{\frac{9}{12}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \approx 0.866$$

$$P(X > 15) = 1 - P(X \leq 15) =$$

$$= 1 - F_x(15) = 1 - \int_{13}^{15} \frac{1}{3} dx = 1 - \frac{1}{3}(15-13)$$

$$= 1 - \frac{2}{3} = \boxed{\frac{1}{3}}$$

$$P(|X - 14\frac{1}{2}| \leq 1) =$$

1.2

$$= P(-1 \leq X - 14\frac{1}{2} \leq 1) =$$

$$= P(13\frac{1}{2} \leq X \leq 15\frac{1}{2}) =$$

$$= P(X \leq 15\frac{1}{2}) - P(X \leq 13\frac{1}{2}) =$$

$$= \int_{13}^{15\frac{1}{2}} \frac{1}{3} dx - \int_{13}^{13\frac{1}{2}} \frac{1}{3} dx = \frac{1}{3} (15\frac{1}{2} - 13) - \frac{1}{3} (13\frac{1}{2} - 13)$$

$$= \frac{1}{3} (2\frac{1}{2} - \frac{1}{2}) = \boxed{\frac{2}{3}}$$

1

הכרזה ו המעק

תכנית: אדם נניח עתידת אלוטוס בטוח 10:00.
 'פוע' כי האלוטוס יזע בין 10:00 ל- 10:30.
 אלו מהי ההסתברות שיצאק עתידתן עתידת נ - 10 פרק?
 גם אק האלוטוס עמו הניח עק 10:15, מהי ההסתברות

שימטן עוק סו פרק?

סכומי: נסמן ב- X את הזמן בו יזע האלוטוס.
 מהני טחאק הניח עתידת (בסקיה), סוף הזכרים

$$f_x(x) = \begin{cases} 1/30 & 0 \leq x \leq 30 \\ 0 & \text{אחרת} \end{cases}$$

אם יחכה לבחור סו פרק

$$P(X \geq 10) = P(10 \leq X \leq 30) = \int_{10}^{30} \frac{1}{30} dx = \frac{30-10}{30} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X < 10) = 1 - \int_0^{10} \frac{1}{30} dx = 1 - \frac{1}{3}$$

מה'נטן כי האק ח'כה 15 פרק (הסתברות מותג) סו

$$P(X \geq 25 | X \geq 15) = \frac{P(X \geq 25 \cap X \geq 15)}{P(X \geq 15)} =$$

$$= \frac{P(X \geq 25)}{P(X \geq 15)} = \frac{\int_{25}^{30} \frac{1}{30} dx}{\int_{15}^{30} \frac{1}{30} dx} = \frac{5/30}{15/30} = \boxed{\frac{1}{3}}$$