

# מבחן בקורס הכנה למתמטיקה לקראת שנת תשפ"ד

תאריך: 21/09/23

מרצה: ד"ר ארז שיינר.

הוראות: יש לפתור כמה שיותר שאלות ולנמק היטב. כל שאלה שווה 17 נקודות. בהצלחה (=)

**שאלה 1:** נגדיר את הפונקציה

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 1 \\ |x| & -1 \leq x \leq 1 \\ x + 2 & x < -1 \end{cases}$$

מצאו לאילו ערכי  $x$  מתקיים אי השוויון  $|f(f(x))| \geq x$

**שאלה 2:** מצאו את כל הפתרונות המרוכבים למשוואה  $(iz^2 - 1)(z^3 + 1) = 0$

**שאלה 3:**

נביט במישור  $x + y - z = 1$  ובישר המאונך למישור זה ועובר בנקודה  $(2, 2, 0)$  ונקרא לו  $L_1$ .  
נביט במישור  $x - 2y + z = 0$  ובישר המאונך למישור זה ועובר בנקודה  $(0, 3, 0)$  ונקרא לו  $L_2$ .  
מצאו את נקודת החיתוך בין שני הישרים  $L_1, L_2$ .

**שאלה 4:**

א. הוכיחו את הטענה הבאה באינדוקציה: לכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים כי  
 $3^n > n + 1$

ב. הוכיחו את הטענה הבאה באינדוקציה: לכל  $n \in \mathbb{N}$  מתקיים כי  
 $3^n > n^2 + n$

**שאלה 5:** פתרו את האינטגרל

$$\int \left( \sum_{k=1}^3 kx^{k-2} \right) dx$$

**שאלה 6:**

**הגדרה:** תהי  $X$  קבוצת קבוצות של מספרים טבעיים.  $X$  נקראת **מוגזמת** אם  
 $\forall A \in X \exists B \in X: A \not\subseteq B$

א. נסחו תנאי השקול לכך ש  $X$  אינה מוגזמת.  
ב. קבעו והוכיחו לכל אחת מן הקבוצות הבאות אם היא מוגזמת או לא:  
 $X = \{\emptyset, \mathbb{N}, \mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}\}$   
 $Y = \{\{n + 1, n + 2\} | n \in \mathbb{N}\}$   
 $Z = \{\{1, 2, \dots, n\} | n \in \mathbb{N}\}$

**שאלה 7:** הוכיחו/הפריכו את הטענות הבאות:

א. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  אם  $A \subseteq B$  וכן  $B \subseteq C$  אזי  $A \setminus C = \emptyset$ .

ב. לכל שלוש קבוצות  $A, B, C$  אם  $A \subseteq B \cup C$  אזי  $A \setminus B = A \setminus C$ .